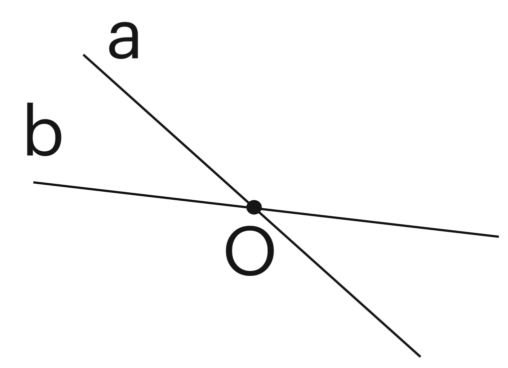
основные сведения

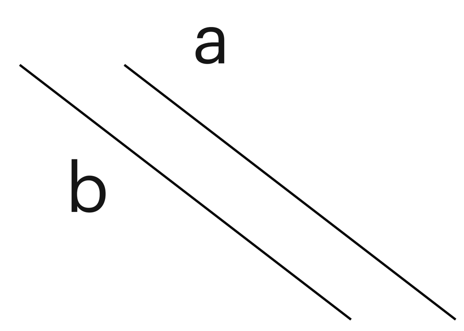
Аксиома:
Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну.

Следствия:
=> две прямые либо имеют только 1 общую точку, либо не имеют общих точек.
=> имеется по крайней мере 3 точки, не лежащие на одной прямой.

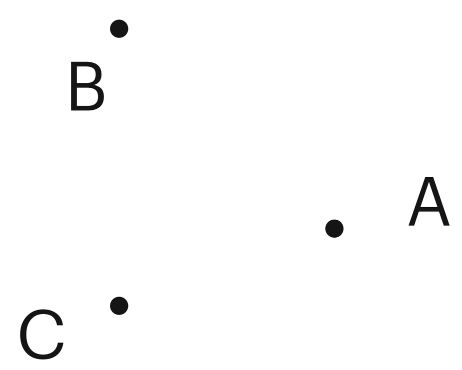
пересекаются:
$a \cap b = O$
(1 общая точка)



параллельны: a || b
(0 общих точек)



три точки,
не лежащие
на одной прямой

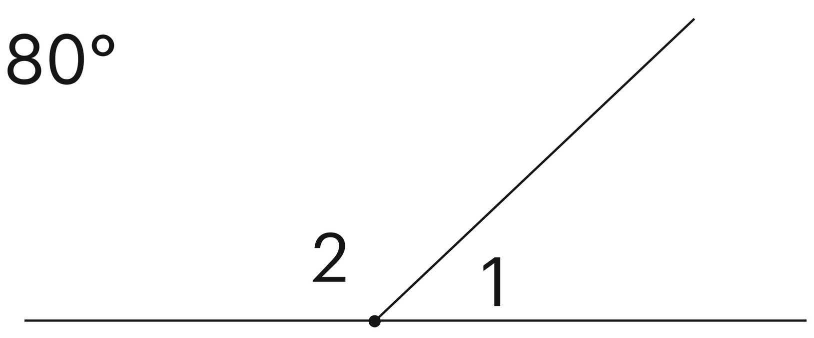


три точки,
лежащие на одной
прямой

смежные углы

Смежные углы — это два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой.
Сумма смежных углов равна 180°.

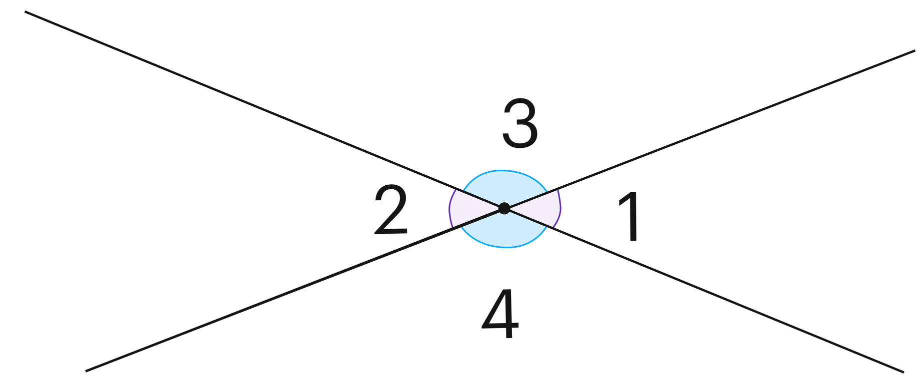
$\angle 1 + \angle 2 = 180°$



вертикальные углы

Два угла называются **вертикальными**, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого.
Вертикальные углы равны.

$\angle 1 = \angle 2$
$\angle 3 = \angle 4$

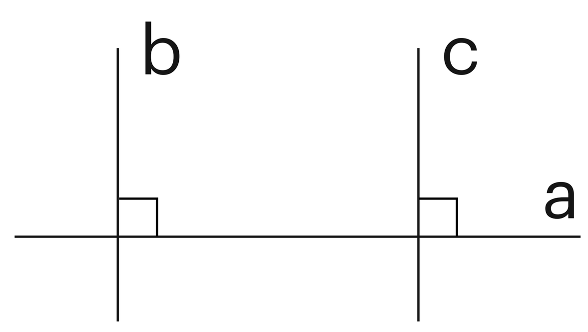


///
Перпендикулярные прямые — это две пересекающиеся прямые, которые образуют 4 прямых угла

ЗАПОМНИ

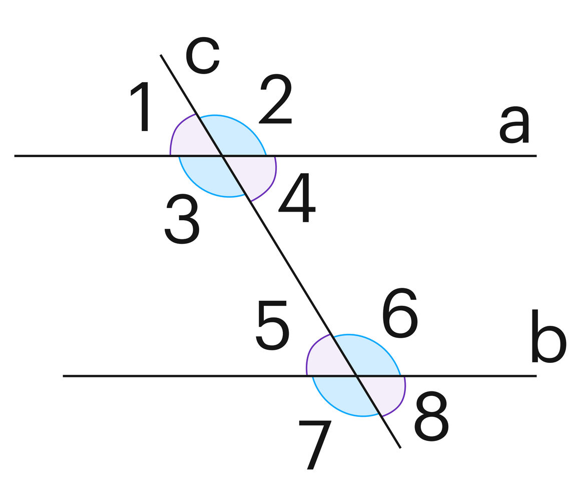
Две прямые, которые перпендикулярны третьей, никогда не пересекутся (т.е. будут параллельны)

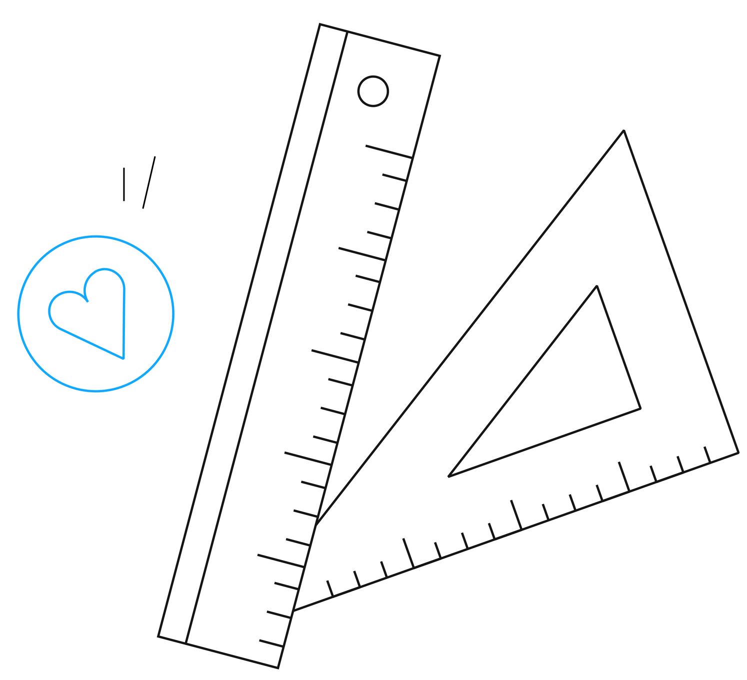
$b \perp a$ и $c \perp a$ => $b \parallel c$



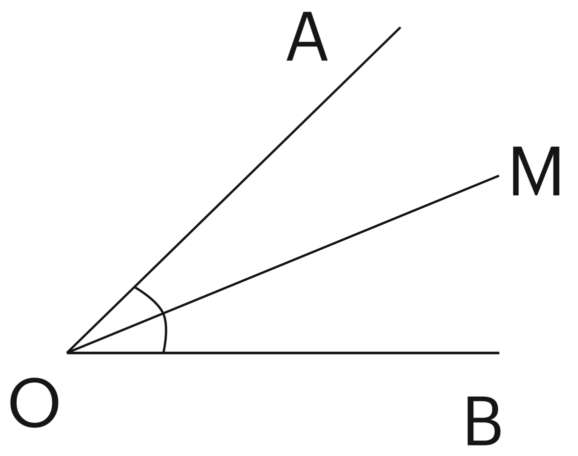
///
Параллельные прямые — это две прямые, которые не пересекаются

a || b, c — секущая
Внутренние накрест лежащие углы равны: $\angle 3 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 5$
Соответственные углы равны: $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 8$
Сумма двух односторонних углов равна 180°: $\angle 3 + \angle 5 = 180°$, $\angle 4 + \angle 6 = 180°$

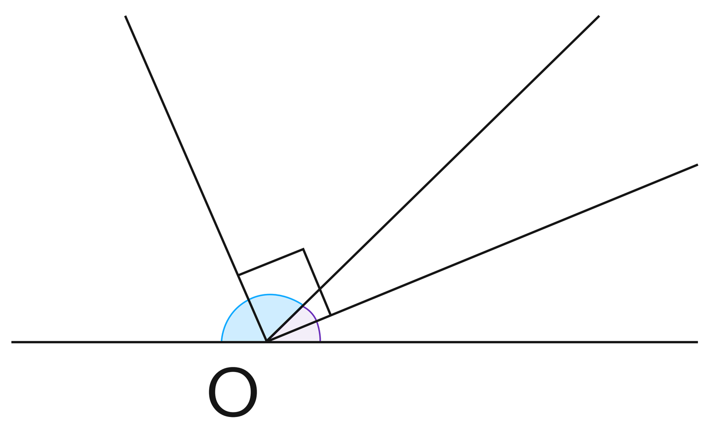




///
Биссектриса угла — это луч, исходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла



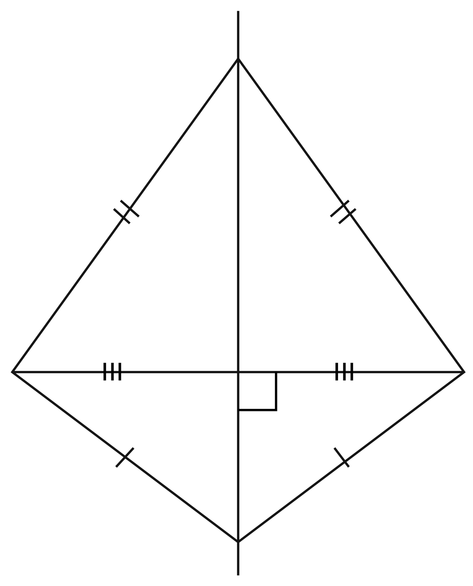
OM — биссектриса, поэтому
$\angle AOM = \angle MOB = \dfrac{\angle AOB}{2}$



Угол между биссектриссами смежных углов равен 90°

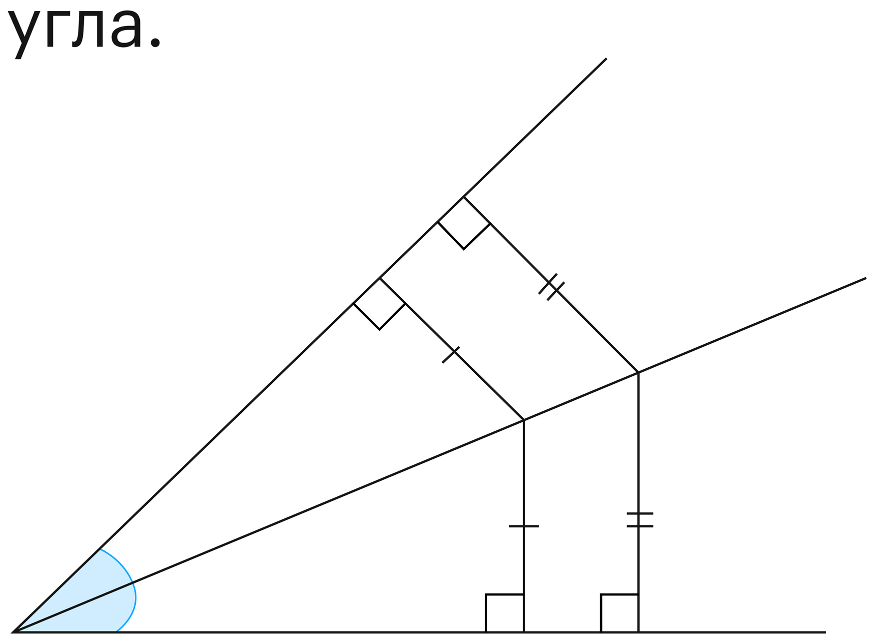
Серединный перпендикуляр

Геометрическое место точек, равноудалённых от концов отрезка, есть прямая, перпендикулярная этому отрезку и проходящая через его середину.



Биссектриса

Геометрическое место внутренних точек угла, равноудалённых от его сторон, есть **биссектриса** угла.

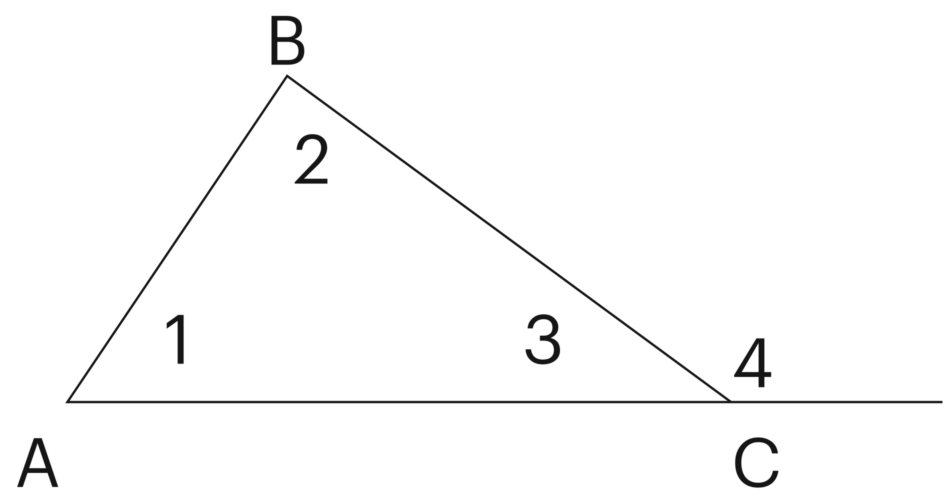


СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА, ВНЕШНИЙ УГОЛ ТРЕУГОЛЬНИКА

ТЕОРЕМА О СУММЕ УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

Сумма углов треугольника равна 180°

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$



ТЕОРЕМА О ВНЕШНЕМ УГЛЕ ТРЕУГОЛЬНИКА

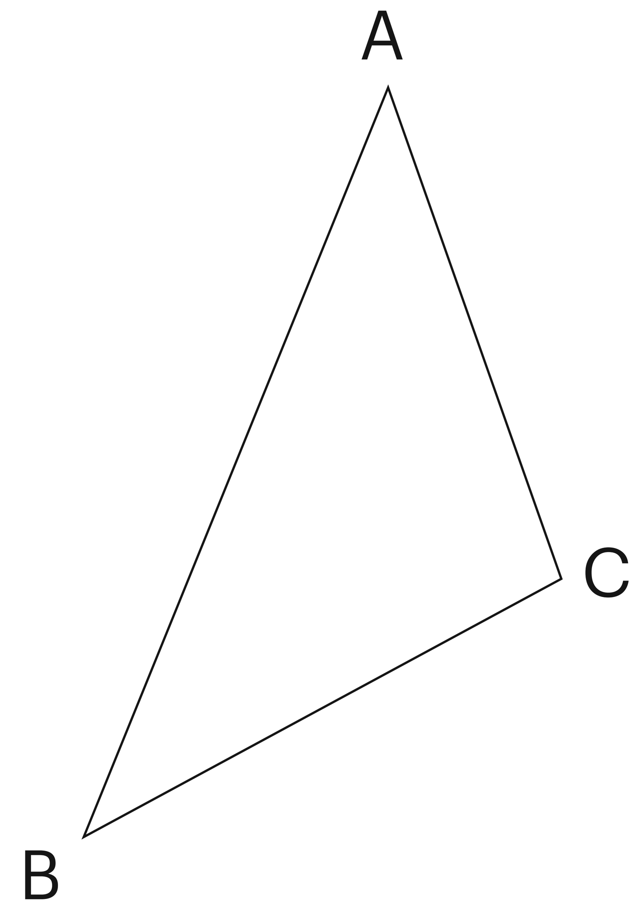
Внешний угол △ равен сумме двух углов △, не смежных с ним

$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

ТЕОРЕМА О СООТНОШЕНИЯХ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

В треугольнике:
1) против большей стороны лежит больший угол;
2) против большего угла лежит большая сторона.
Если $AB > AC$, то $\angle C > \angle B$



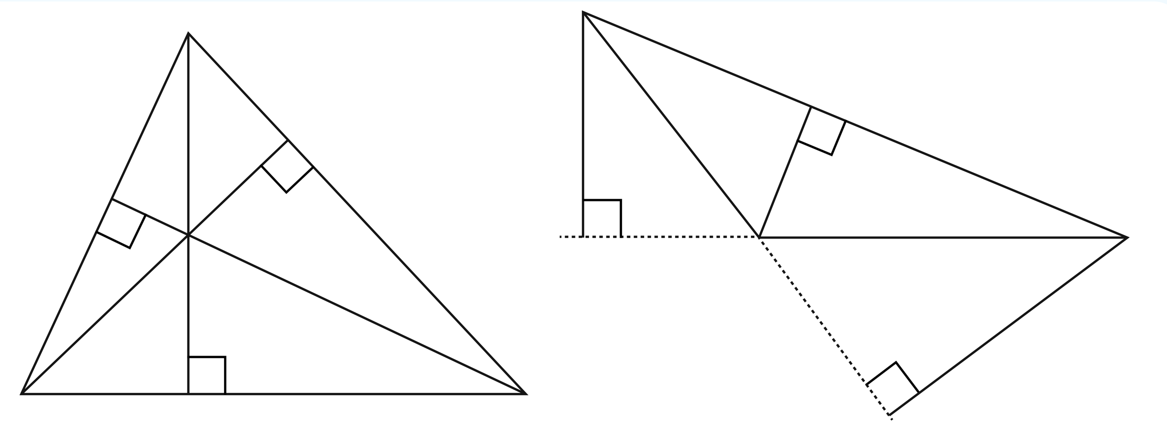
Следствия из теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника:
1) в прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета;
2) если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный.

Неравенство треугольника: каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.
$AB < AC + BC$; $AC < AB + BC$; $BC < AB + AC$.

ВЫСОТА ТРЕУГОЛЬНИКА

///

Высота △ — это перпендикуляр, проведенный из вершины △ к противоположной стороне или её продолжению. Высоты треугольника пересекаются в одной точке

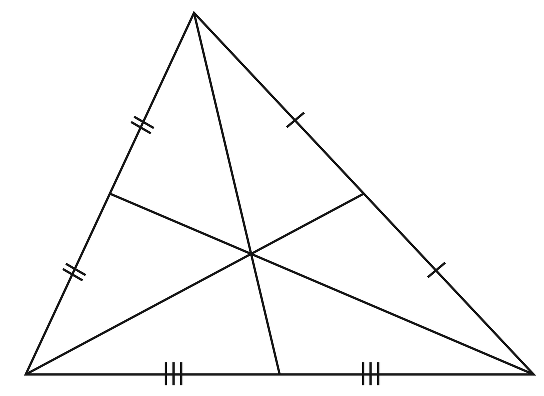


МЕДИАНА ТРЕУГОЛЬНИКА

///

Медиана △ — это отрезок, соединяющий вершину △ с серединой противоположной стороны. Медианы треугольника пересекаются в одной точке

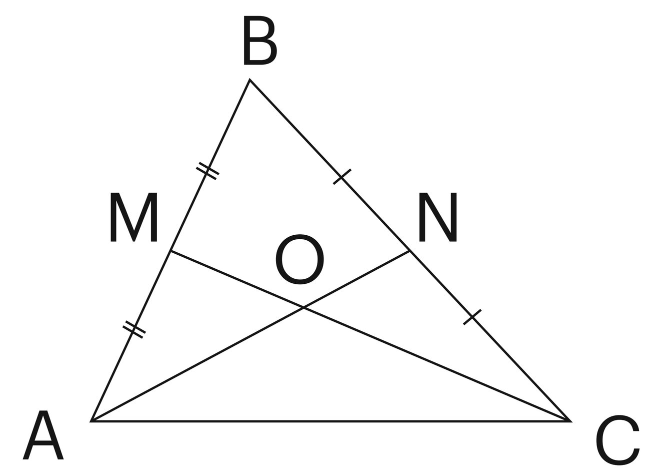
Медиана — обезьяна, у которой зоркий глаз.
Точно прыгнет в середину стороны против вершины, где находится сейчас



СВОЙСТВО МЕДИАНЫ

Медианы △ пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины.

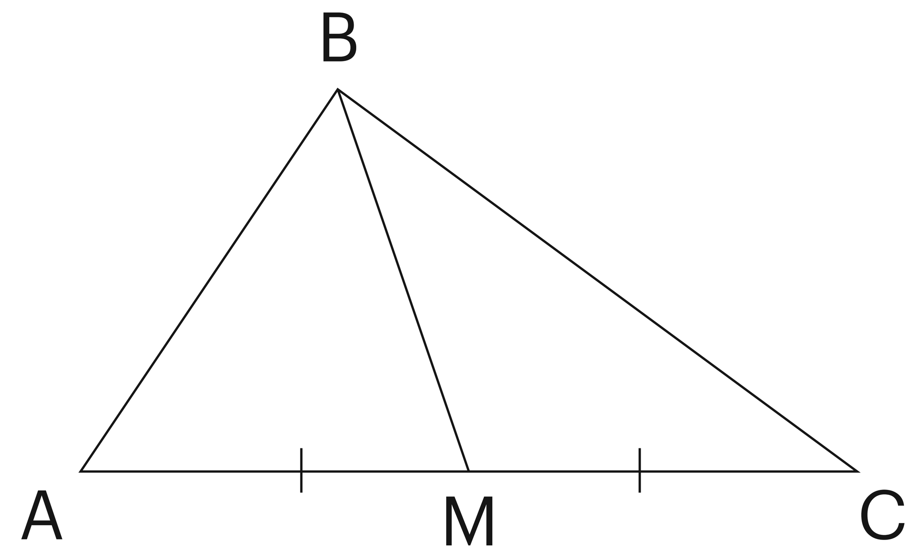
CO : OM = 2 : 1
AO : ON = 2 : 1



Медиана разбивает треугольник на два равновеликих треугольника;

3 медианы делят треугольник на 6 равновеликих треугольников.

*** Равновеликие треугольники — это треугольники одинаковой площади**
Если BM — медиана, то
$S_{\triangle ABM} = S_{\triangle MBC}$

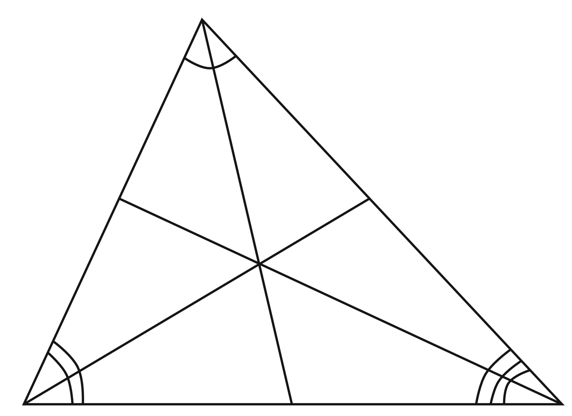


БИССЕКТРИСА ТРЕУГОЛЬНИКА

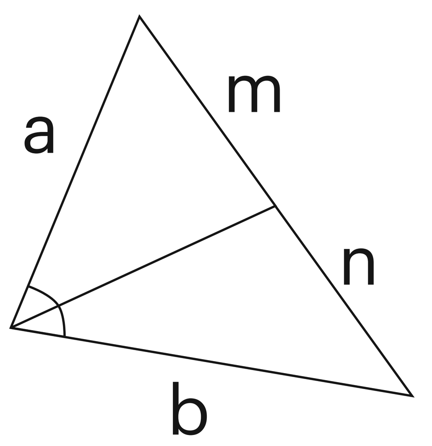
///

Биссектриса △ — это отрезок биссектрисы угла △, который соединяет вершину и противоположную сторону.
Три биссектрисы пересекаются в одной точке

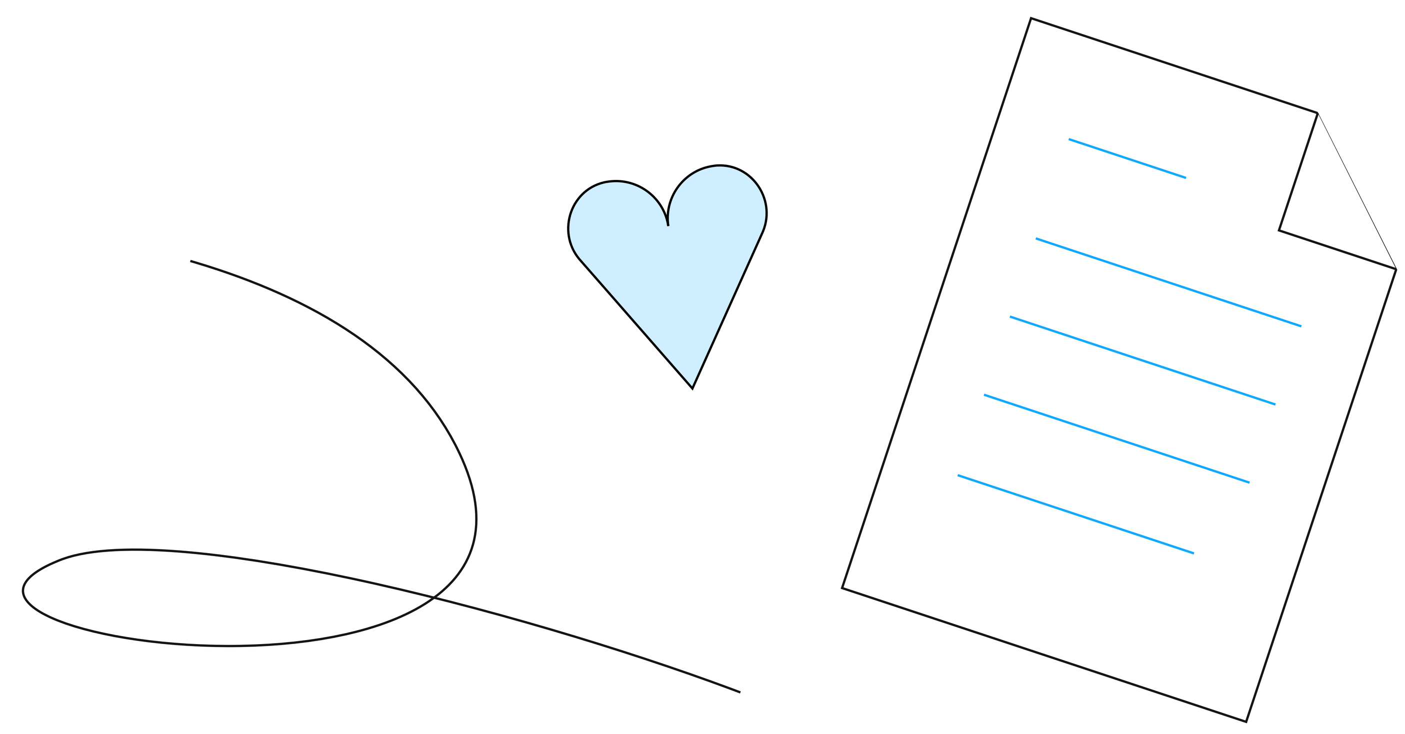
Биссектриса — это крыса, которая бегает по углам, делит угол пополам



Биссектриса делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам.



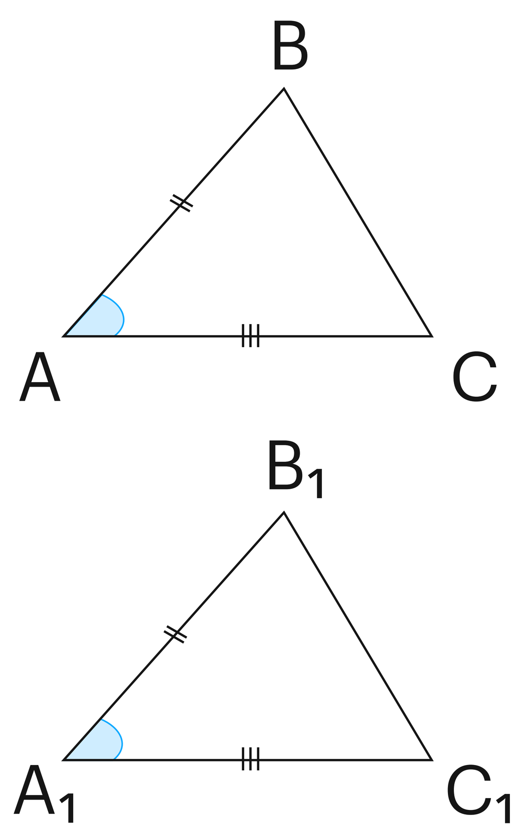
$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$



ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

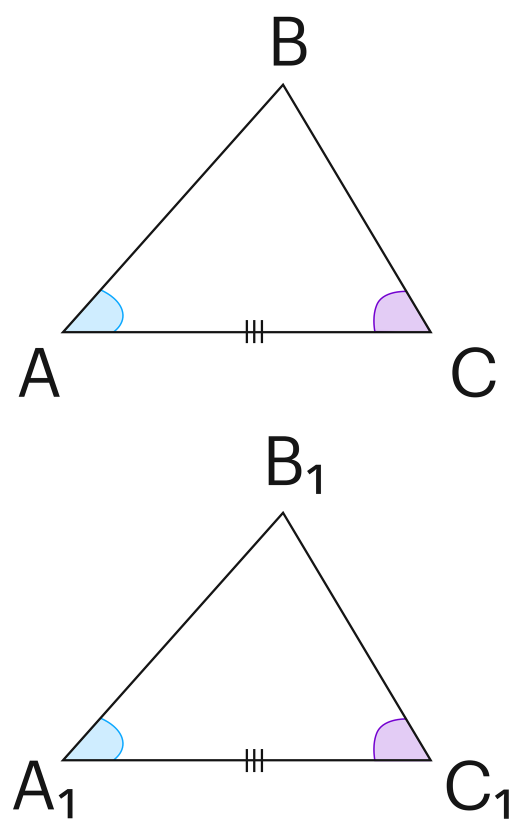
1 признак равенства △

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



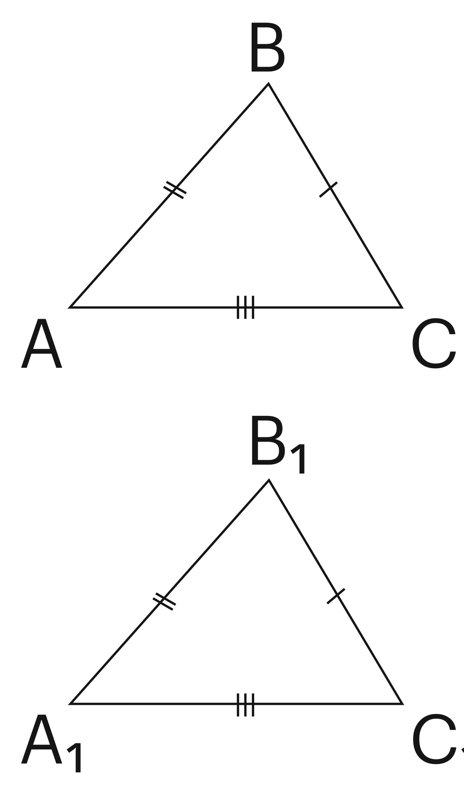
2 признак равенства △

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



3 признак равенства △

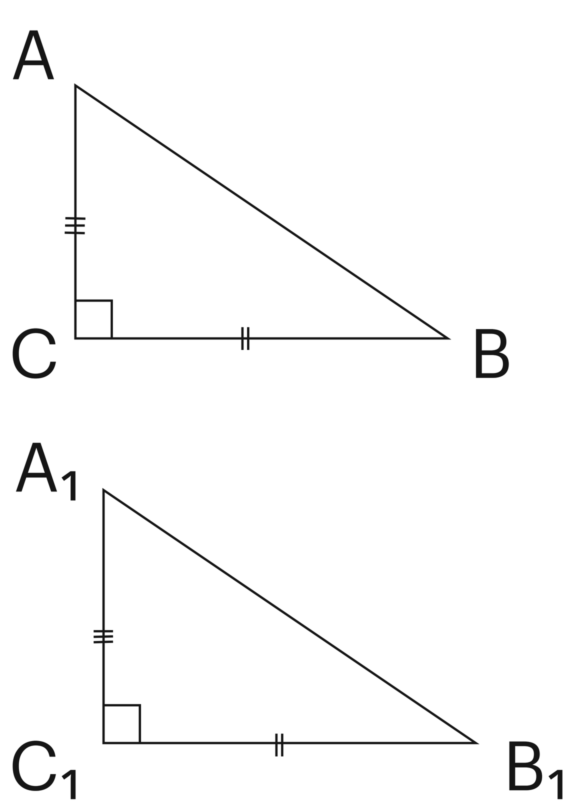
Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

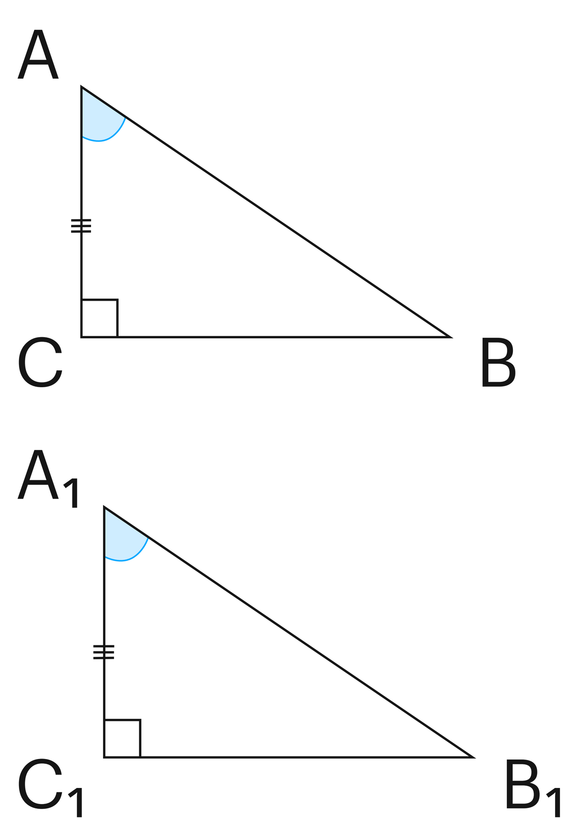
1 признак

Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны.



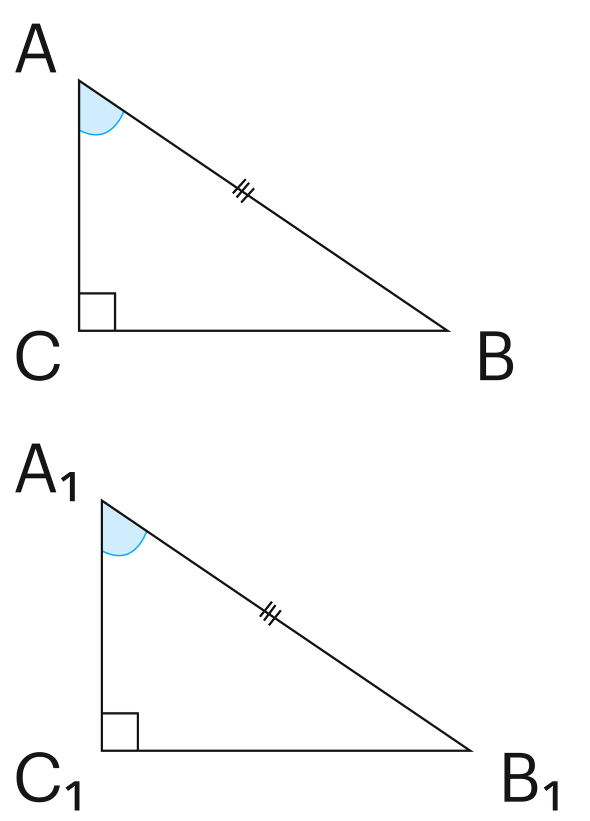
2 признак

Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого, то такие треугольники равны.



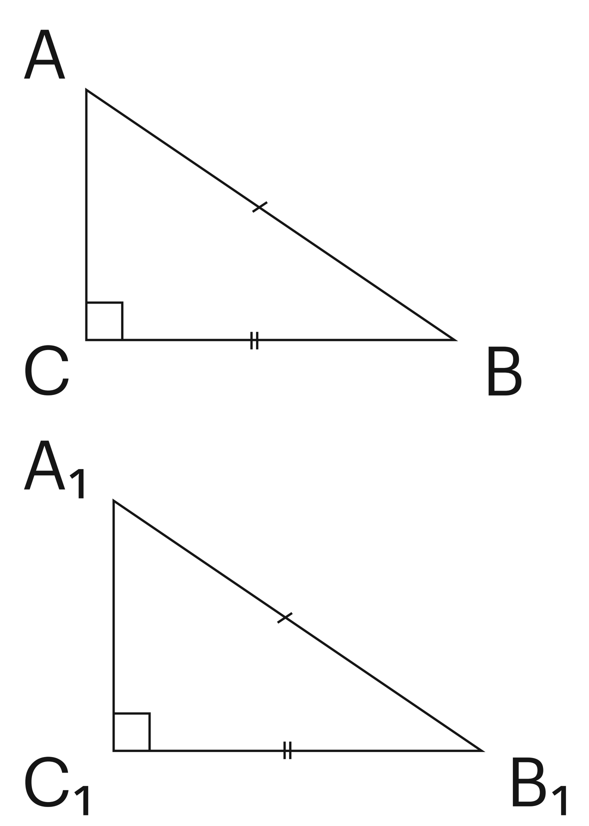
3 признак

Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны.



4 признак

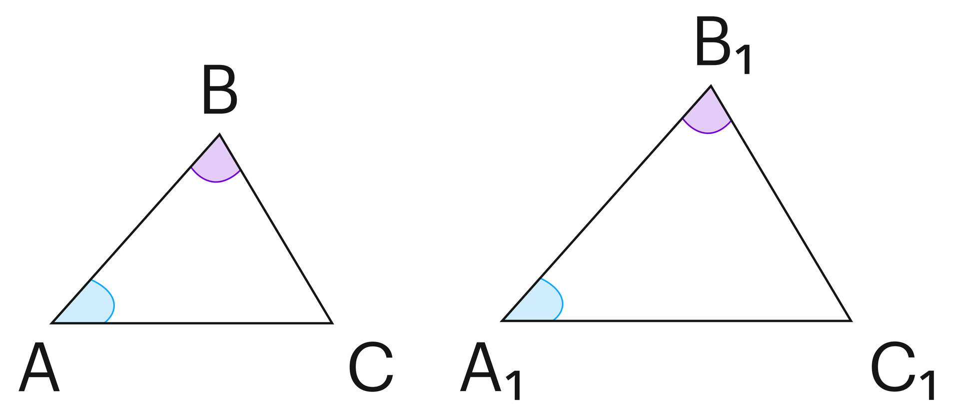
Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны.



ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

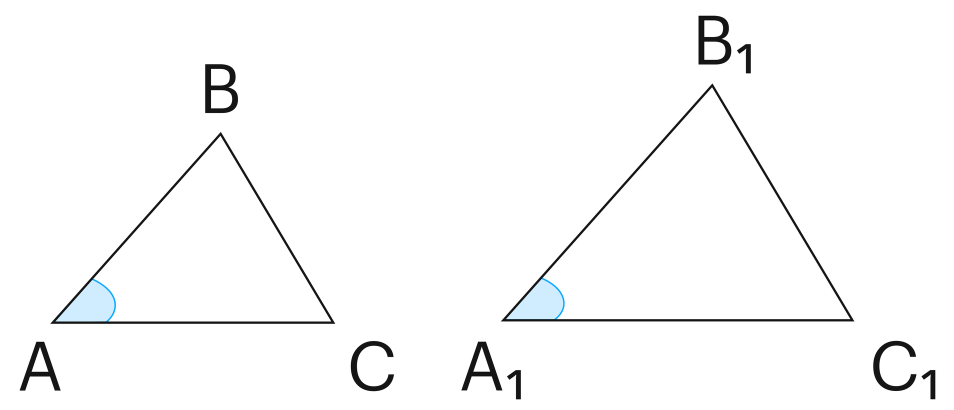
ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.



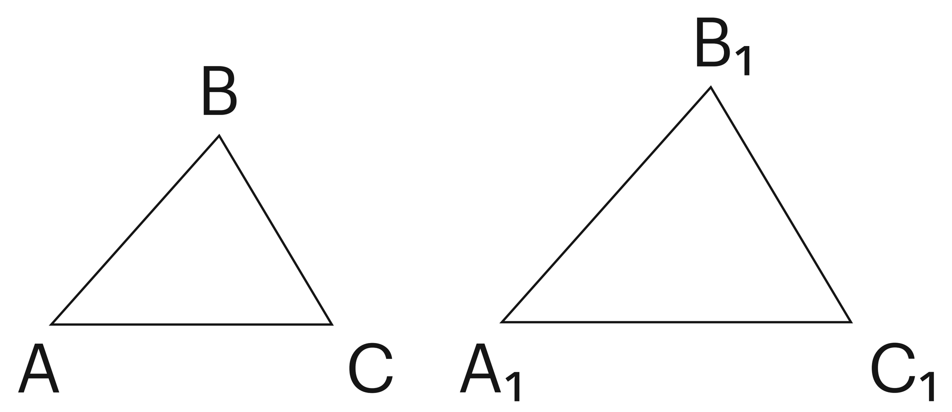
Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$



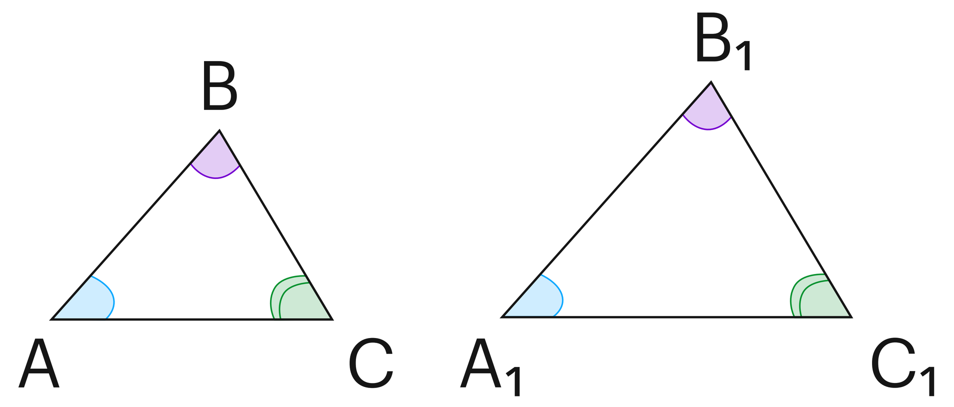
///

Коэффициент подобия — число k, равное отношению сходственных сторон подобных треугольников

СВОЙСТВО ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия в квадрате.

$$\frac{S}{S_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \cdot \frac{AB}{A_1B_1} = k \cdot k = k^2$$



Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

$$\frac{P}{P_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

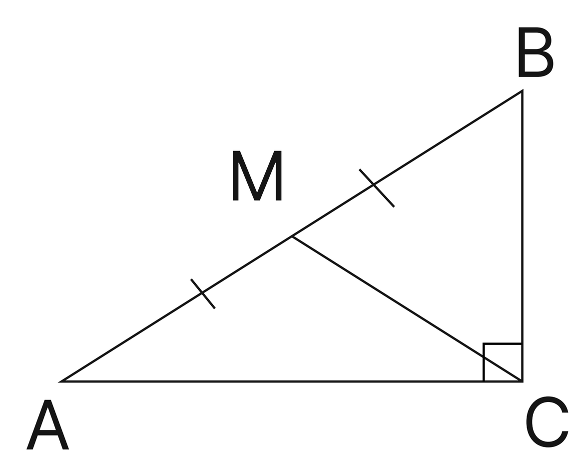
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90°. *(Если один из острых углов прямоугольного треугольника равен 45°, то такой треугольник является равнобедренным).* $\angle CAB + \angle CBA = 90°$

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы. *(Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°).* Если $\angle CAB = 30°$, то $AB = 2 \cdot BC$

Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы. $CM = AB/2$



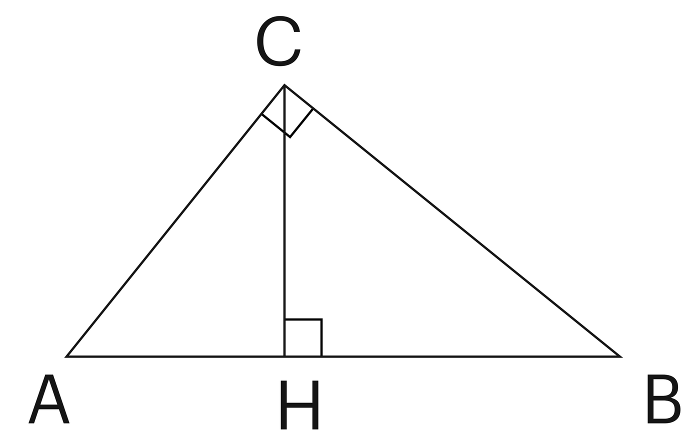
ФОРМУЛА ВЫСОТЫ, ПРОВЕДЕННОЙ К ГИПОТЕНУЗЕ

Высоту, проведенную к гипотенузе прямоугольного треугольника, можно найти как произведение катетов, деленное на длину гипотенузы.

$$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}$$

Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, есть среднее пропорциональное (среднее геометрическое) для отрезков, на которые гипотенуза делится этой высотой.

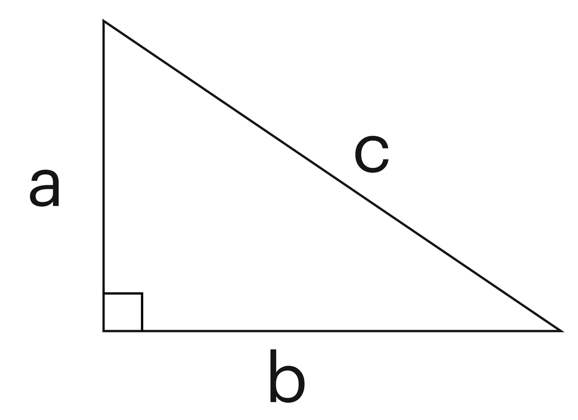
$$CH = \sqrt{AH \cdot BH}$$



ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. $c^2 = a^2 + b^2$

(Теорема, обратная т. Пифагора: если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный).

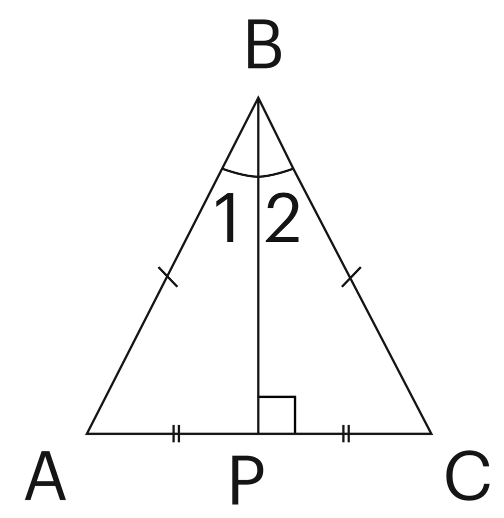


РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

///

Равнобедренный треугольник — это треугольник, у которого равны две стороны

Равные стороны называют **боковыми**,
а третью сторону — **основанием** равнобедренного треугольника.
Например, AC — основание, AB и BC — боковые стороны



В равнобедренном треугольнике высота, биссектриса и медиана, проведенные к основанию, совпадают. Углы при основании равны.
$\angle 1 = \angle 2$, $\angle A = \angle C$, $AP = PC$.
Признак равнобедренного треугольника: если у треугольника два угла равны, то этот треугольник — равнобедренный.

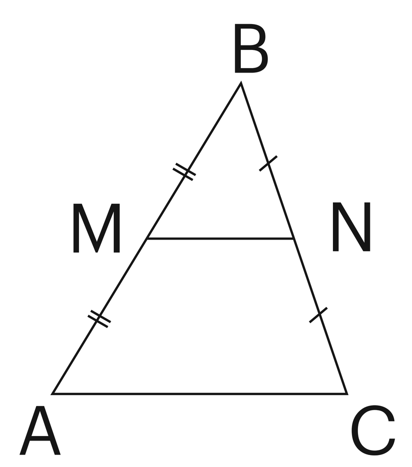
СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

///

Средняя линия — это отрезок, который соединяет середины двух сторон треугольника

СВОЙСТВО СРЕДНЕЙ ЛИНИИ

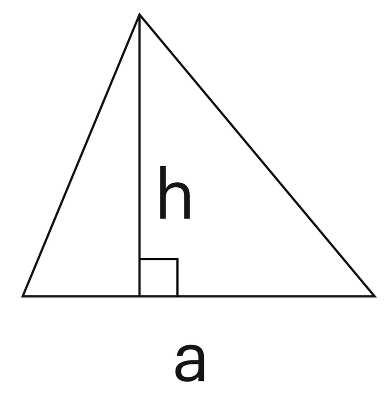
Средняя линия параллельна соответствующей стороне треугольника и равна её половине.
MN = AC/2



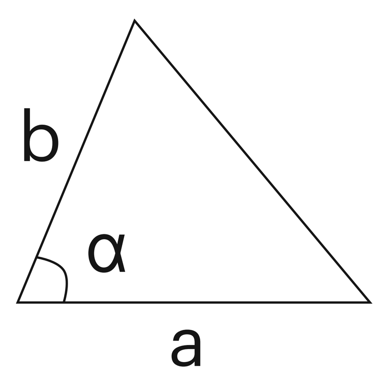
для заметок:

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

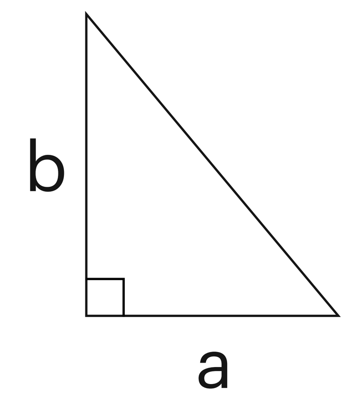
$S = \frac{1}{2} \cdot ah$



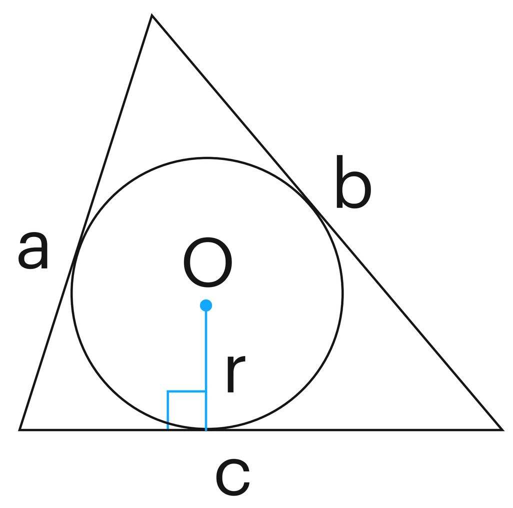
$S = \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \sin\alpha$



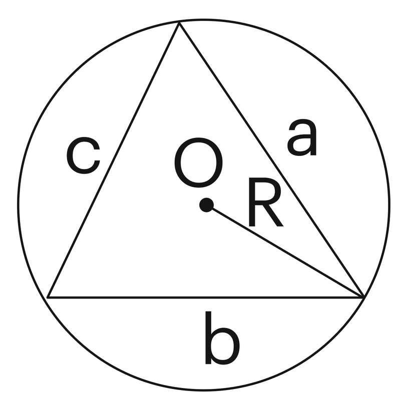
$S = \frac{1}{2} \cdot ab$



$S = pr$



$S = \frac{abc}{4R}$



Формула Герона

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$,

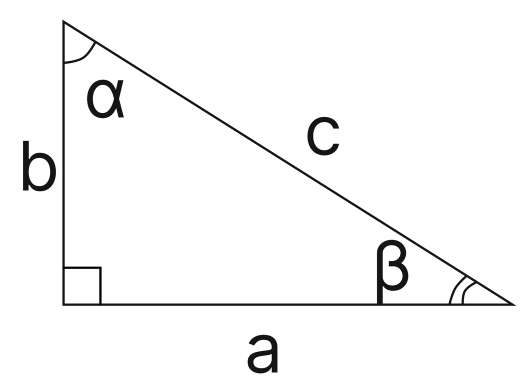
где $p = \frac{a+b+c}{2}$

— полупериметр треугольника

ТРИГОНОМЕТРИЯ

$\sin\alpha = \cos\beta = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \sin\beta = \frac{b}{c}$



$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}\beta = \frac{a}{b}$

$\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

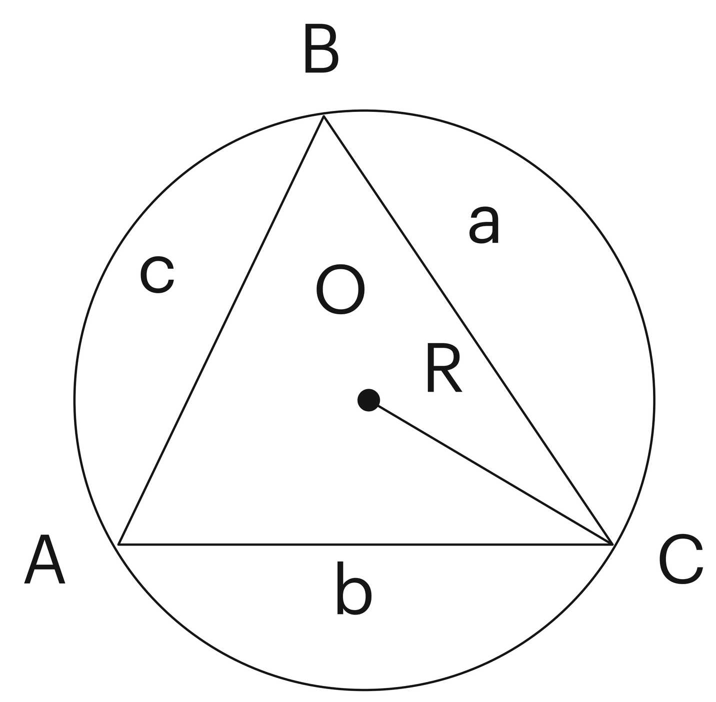
ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ:

$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$
$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$
$\operatorname{tg}(180° - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$

ТЕОРЕМЫ СИНУСОВ И КОСИНУСОВ

$$\frac{a}{\sin\angle A} = \frac{b}{\sin\angle B} = \frac{c}{\sin\angle C} = 2R$$

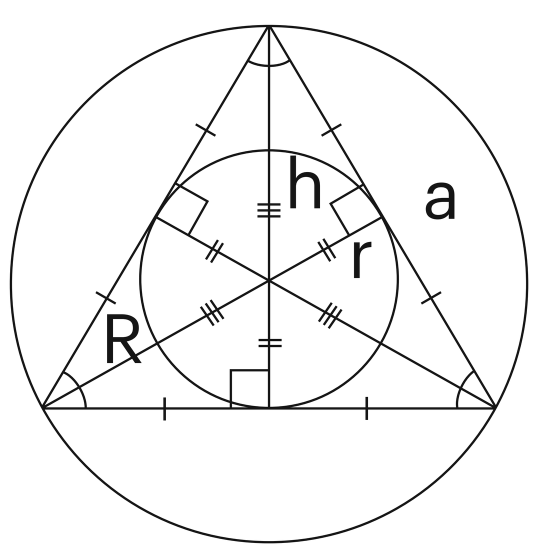
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\angle C$$



РАВНОСТОРОННИЙ (ПРАВИЛЬНЫЙ) ТРЕУГОЛЬНИК

///

Равносторонний треугольник — это треугольник, у которого равны все стороны.
Все углы равны по 60°. В равностороннем треугольнике все биссектрисы, медианы и высоты равны.
Центры вписанной и описанной окружностей совпадают



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$R = 2r$

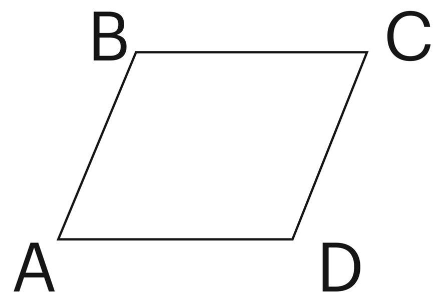
$h = R + r = 3r$

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

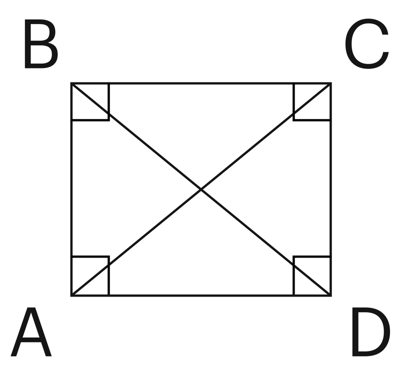
Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна **360°**. Две несмежные стороны четырёхугольника называются **противолежащими.** Две вершины, не являющиеся соседними, также называются **противолежащими. Диагональ** — отрезок, соединяющий две противолежащие вершины четырёхугольника.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ — это четырёхугольник, у которого противолежащие стороны попарно параллельны.

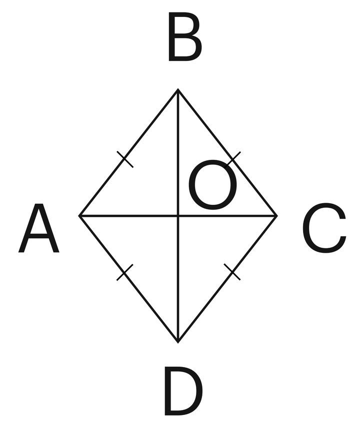
AB || CD, BC || AD



ПРЯМОУГОЛЬНИК — это параллелограмм, у которого все углы прямые.

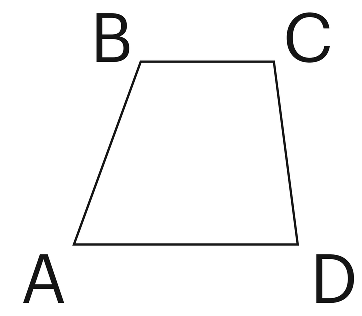


РОМБ — это параллелограмм, у которого все стороны равны.

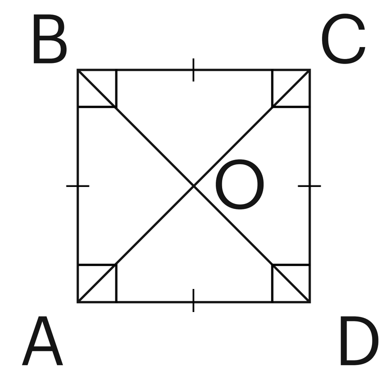


ТРАПЕЦИЯ — это четырёхугольник, две стороны которого параллельны, а две другие не параллельны.

Параллельные стороны — основания, Две другие стороны — боковые.



КВАДРАТ — это прямоугольник, у которого все стороны равны.

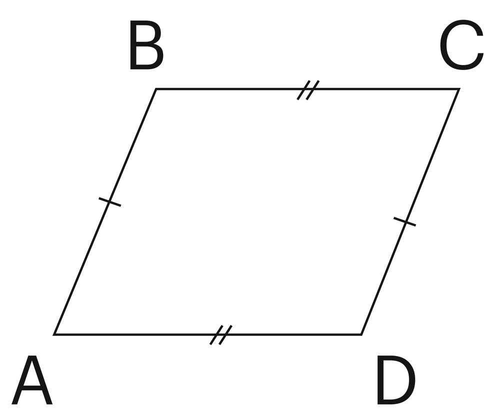


СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛОГРАММА И ЕГО ПРИЗНАКИ

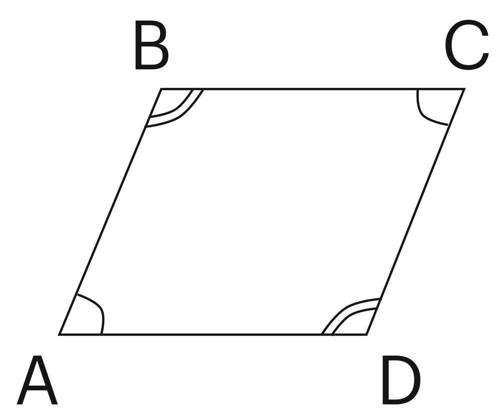
Свойства:

1. Диагональ разбивает параллелограмм на два равных треугольника ($\triangle ABC = \triangle ADC$, $\triangle ABD = \triangle CDB$).
2. В параллелограмме противолежащие стороны и противолежащие углы равны.
3. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.
4. В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°.

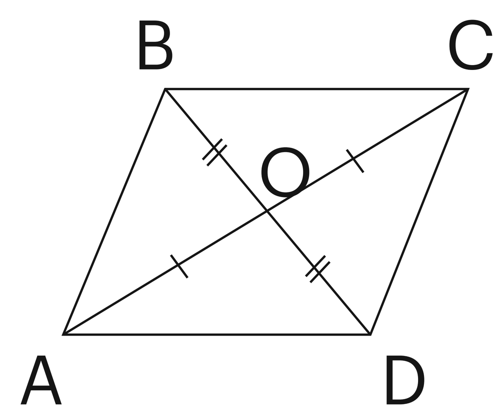
$AB = CD$
$BC = AD$



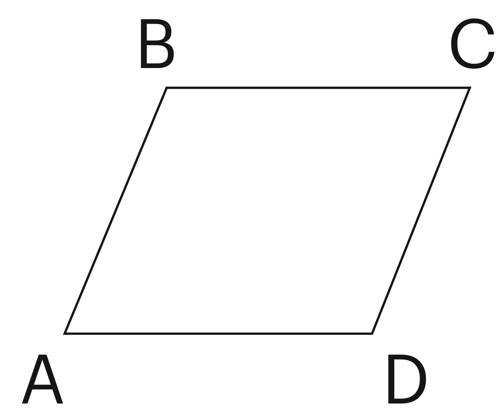
$\angle A = \angle C$
$\angle B = \angle D$



$BO = DO$
$AO = CO$



$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle B + \angle C = 180°$
$\angle C + \angle D = 180°$
$\angle A + \angle D = 180°$



Признаки:

1. Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
2. Если в четырёхугольнике противолежащие стороны попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
3. Если в четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

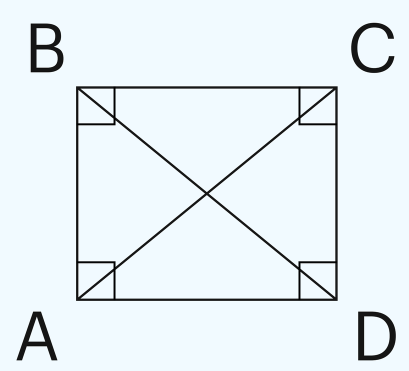
СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ЕГО ПРИЗНАКИ

Свойства:

Для прямоугольника справедливы все **свойства** параллелограмма (его противолежащие стороны равны, диагонали точкой пересечения делятся пополам).
1. Диагонали прямоугольника равны (BD = AC).

Признаки:

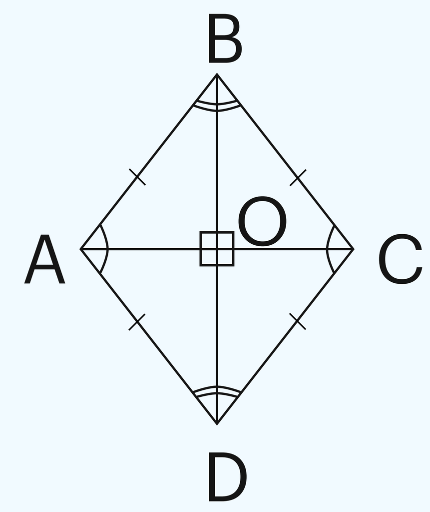
1. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.
2. Если в параллелограмме хотя бы один угол прямой, то он является прямоугольником.



СВОЙСТВА РОМБА И ЕГО ПРИЗНАКИ

Свойства:

Для ромба справедливы все **свойства** параллелограмма (его противоположные углы равны, диагонали точкой пересечения делятся пополам, сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°).



1. **Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.** ($\angle BOC = 90°$, $\angle BAC = \angle DAC$, $\angle ABD = \angle CBD$).
2. В ромб можно вписать окружность.

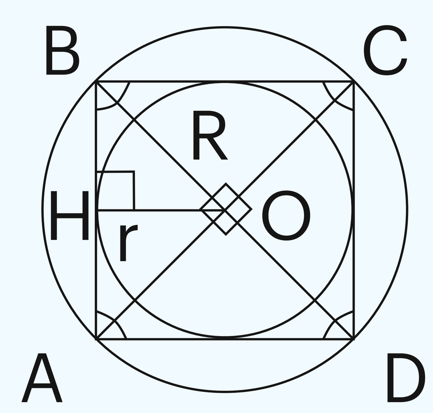
Признаки:

1. Если в параллелограмме диагонали взаимно перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.
2. Если в параллелограмме диагонали являются биссектрисами углов, то этот параллелограмм — ромб.

СВОЙСТВА КВАДРАТА И ЕГО ПРИЗНАКИ

Свойства:

Для квадрата справедливы все **свойства** прямоугольника и ромба (все его стороны и углы равны, диагонали равны и точкой пересечения делятся пополам).



1. **Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.** ($\angle BOC = 90°$, $\angle BAC = \angle DAC$, $\angle ABD = \angle CBD$).
2. **Диагональ квадрата в $\sqrt{2}$ раз больше его стороны ($BD = AC = \sqrt{2} \cdot AB$).**
3. Диаметр описанной окружности = $BD = AB\sqrt{2}$; радиус $R = BO = BD/2 = AB\sqrt{2}/2$
4. Диаметр вписанной окружности = AB; радиус $r = OH = AB/2$

Признаки:

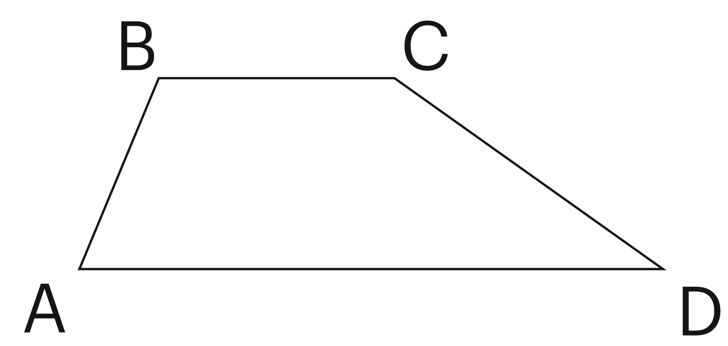
1. Если две смежные стороны прямоугольника равны, то этот прямоугольник является квадратом.
2. Если диагонали прямоугольника перпендикулярны, то этот прямоугольник является квадратом.
3. Если один из углов ромба прямой, то этот ромб является квадратом.
4. Если диагонали ромба равны, то этот ромб является квадратом.

ТРАПЕЦИЯ

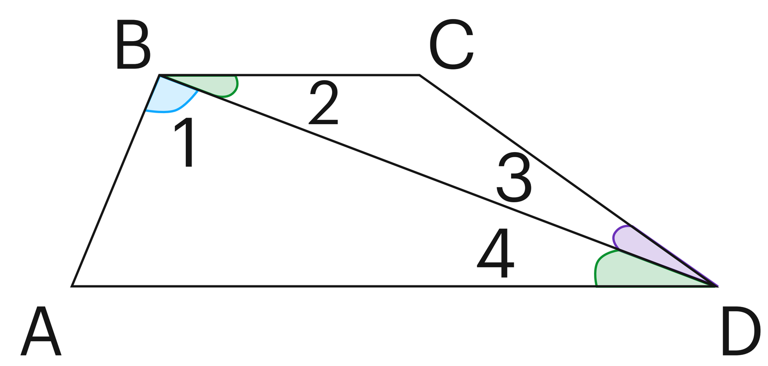
В трапеции сумма углов, прилежащих к БОКОВОЙ стороне, равна 180^0.

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle C + \angle D = 180°$

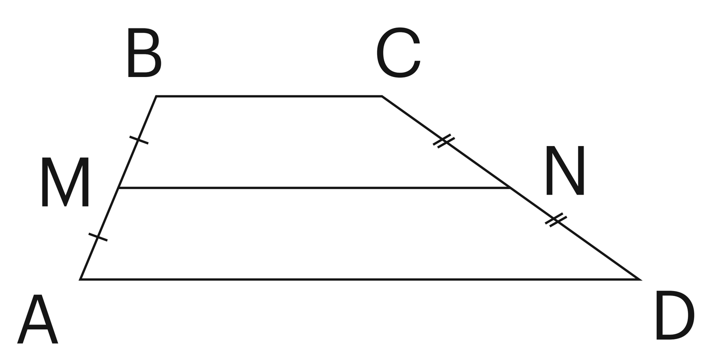


Углы 2 и 4 являются накрест лежащими при $BC \parallel AD$ и секущей BD, поэтому $\angle$**2** **=** $\angle$**4. НО** $\angle$**1** **≠** $\angle$**3.**

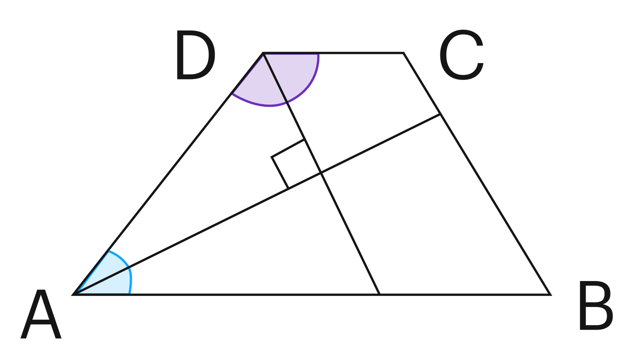


Средняя линия трапеции параллельна основаниям трапеции и равна их полусумме.

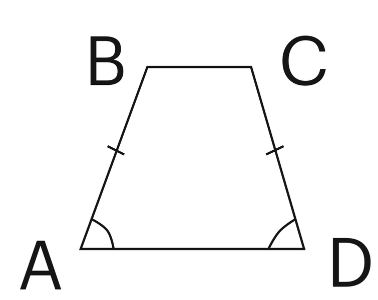
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$



Биссектрисы углов при боковой стороне пересекаются под прямым углом.

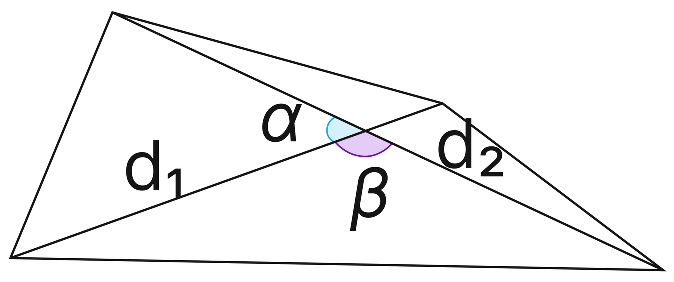


Равнобедренная трапеция — это трапеция, у которой равны боковые стороны. **В равнобедренной трапеции углы при основании и диагонали равны.**

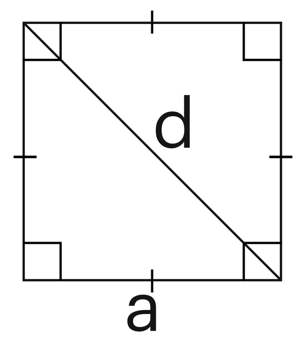


ФОРМУЛЫ ПЛОЩАДИ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКОВ

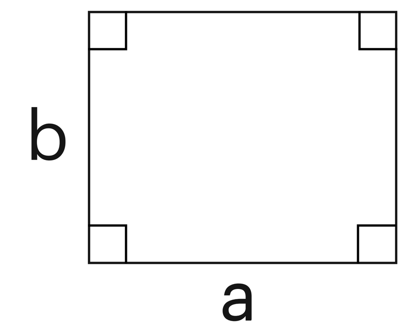
$$S = \frac{1}{2} \cdot d_1 d_2 \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot d_1 d_2 \cdot \sin\beta$$



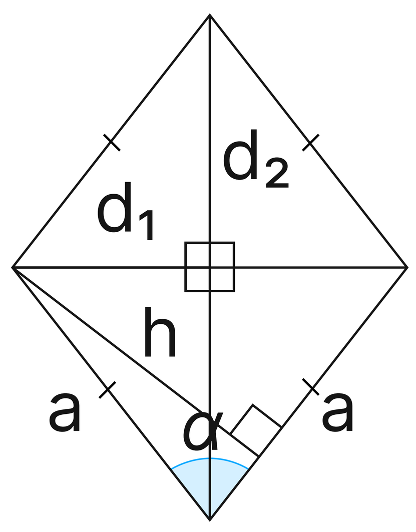
$$S = a^2 = \frac{d^2}{2}$$



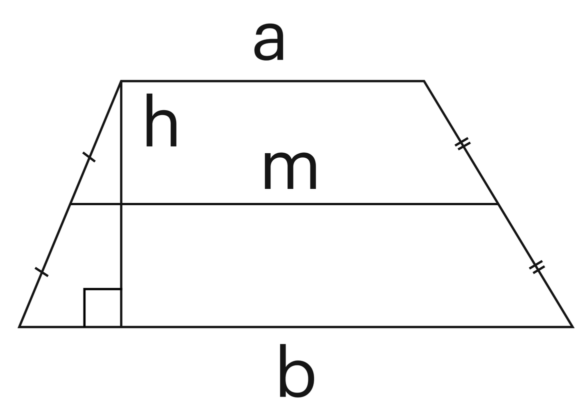
$$S = ab$$



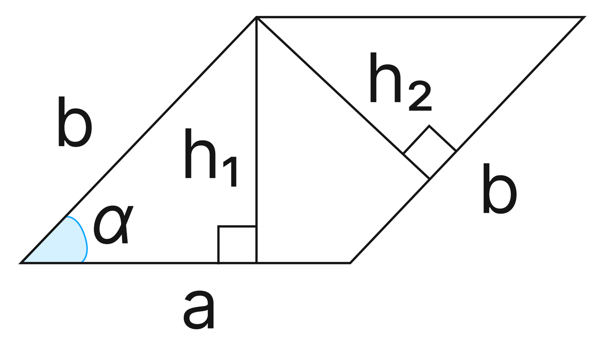
$$S = ah = a^2 \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot d_1 d_2$$



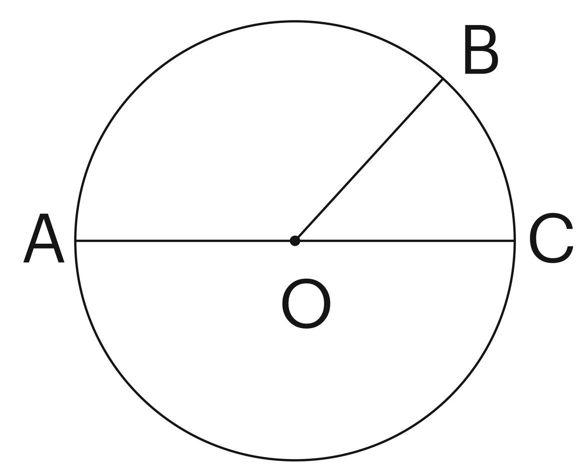
$$S = \frac{(a+b)}{2} \cdot h = mh$$



$$S = ah_1 = bh_2 = ab \cdot \sin\alpha$$



ОКРУЖНОСТЬ И ЕЁ ЭЛЕМЕНТЫ



///
Окружность — это геометрическая фигура, которая состоит из множества точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки (центра окружности)

///
Хорда — это отрезок, соединяющий две точки на окружности

///
Радиус окружности — это отрезок, соединяющий центр и точку на окружности (все радиусы одной окружности равны)

///
Диаметр окружности — это хорда, проходящая через центр окружности (диаметр в два раза больше радиуса окружности: D = 2R)

///
Дуга окружности — это одна из двух частей окружности, на которые её разбивают две различные принадлежащие ей точки

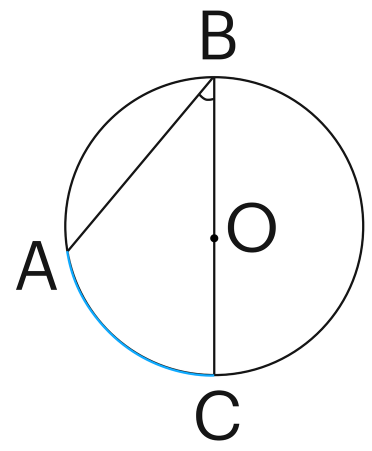
///
Секущая прямая — это прямая, которая имеет две общие точки с окружностью

///
Касательная — это прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку (точку касания)

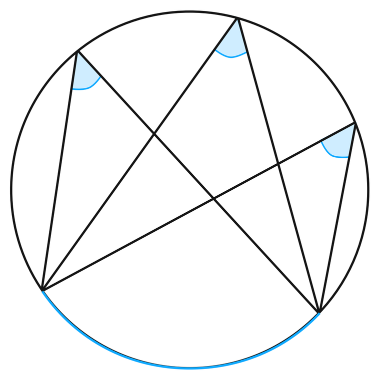
для заметок:

ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

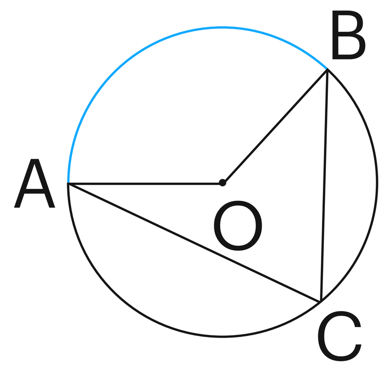
ВПИСАННЫЙ УГОЛ — угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность. **Вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую опирается.**
$\angle ABC = 1/2 \cdot \smile AC$



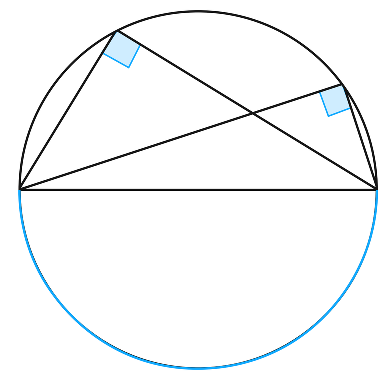
Если два вписанных угла опираются на одну дугу, они равны.



ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ — угол, вершина которого совпадает с центром окружности. **центральный угол вдвое больше вписанного угла, опирающегося на ту же дугу.**
$\angle AOB = \smile AB = 2 \cdot \angle ACB$

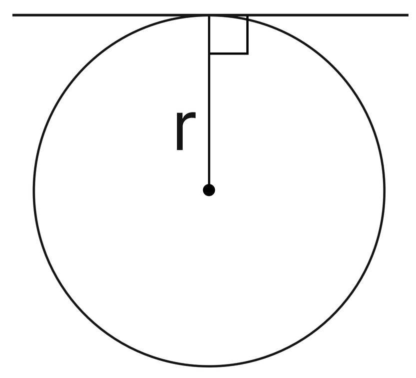


Если вписанный угол опирается на диаметр (полуокружность), то он прямой.



КАСАТЕЛЬНАЯ И РАДИУС

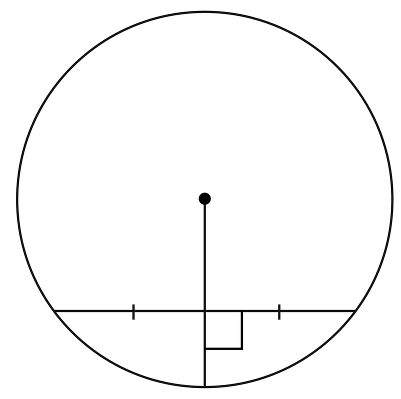
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания. Обратная теорема: если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна к этому радиусу, то она является касательной.



РАДИУС И ХОРДА

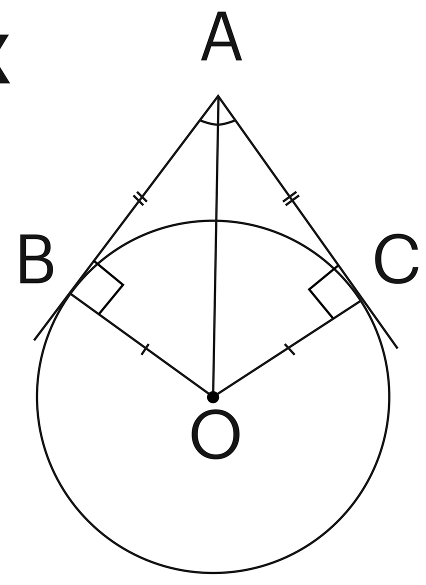
Если радиус перпендикулярен хорде, то точкой пересечения он делит её пополам.

Если радиус делит хорду пополам, то он ей перпендикулярен.



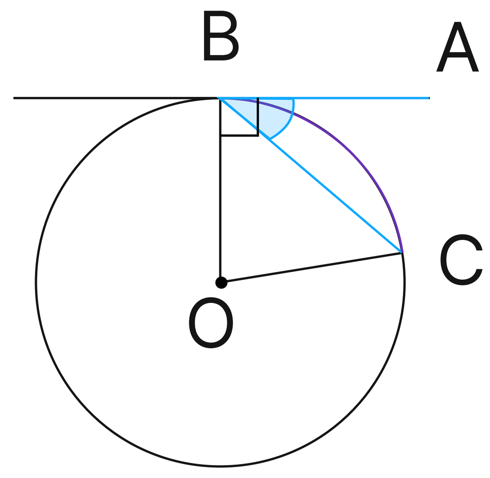
СВОЙСТВО ОТРЕЗКОВ КАСАТЕЛЬНЫХ

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.
$AB = AC$, $\angle BAO = \angle CAO$



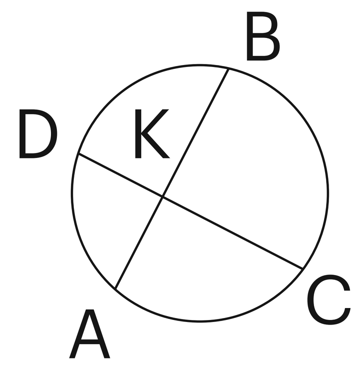
УГОЛ МЕЖДУ КАСАТЕЛЬНОЙ И ХОРДОЙ

Угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания, равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними:
$\angle ABC = 1/2 \cdot \smile BC$



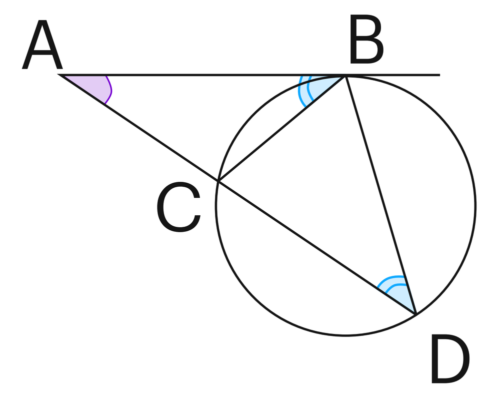
ТЕОРЕМА О ПРОИЗВЕДЕНИИ ОТРЕЗКОВ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ХОРД

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды:
$AK \cdot KB = DK \cdot KC$



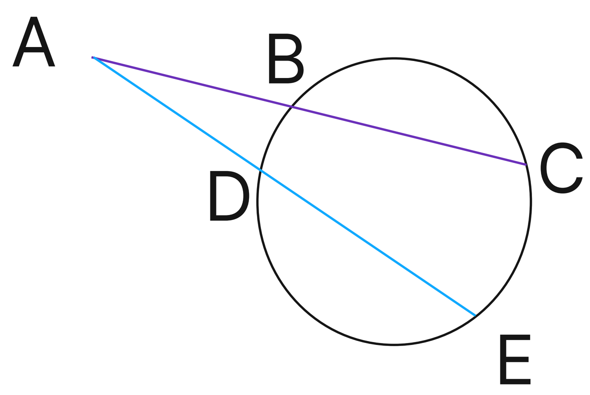
ТЕОРЕМА О КАСАТЕЛЬНОЙ И СЕКУЩЕЙ

Если из точки, лежащей вне окружности, проведены касательная и секущая, то квадрат длины касательной равен произведению секущей на её внешнюю часть.
$AB^2 = AC \cdot AD$



ТЕОРЕМА О СЕКУЩИХ

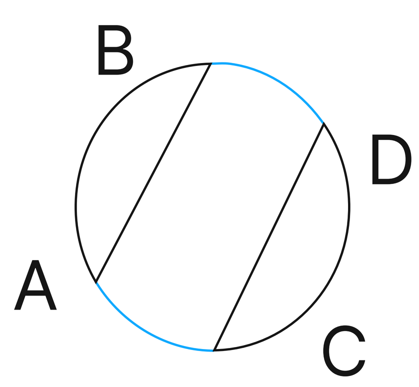
Если из точки, лежащей вне окружности, проведены две секущие, то произведение одной секущей на её внешнюю часть равно произведению другой секущей на её внешнюю часть.
$AB \cdot AC = AD \cdot AE$



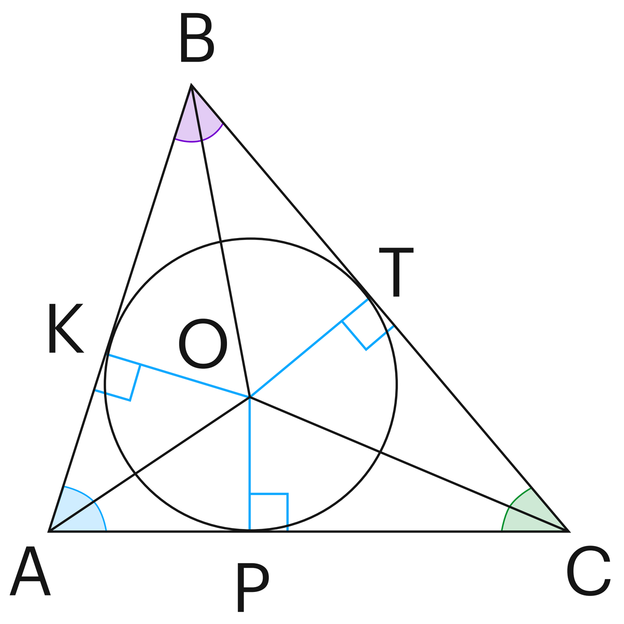
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ХОРДЫ

Дуги окружности, заключенные между параллельными хордами, равны между собой.

У равных дуг равны и хорды **$AB \parallel CD \Rightarrow \smile AC = \smile BD$**



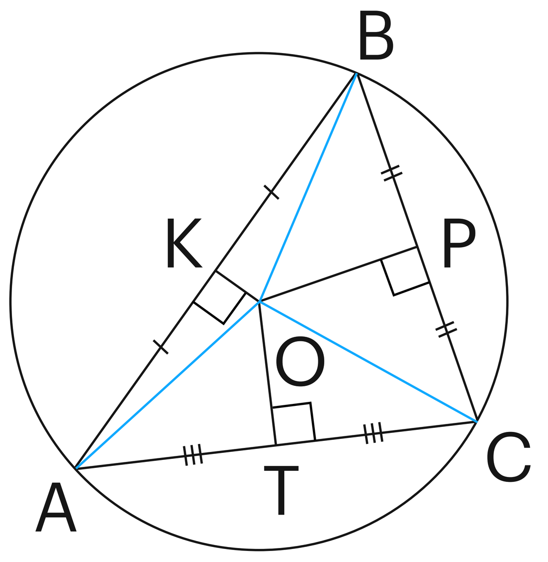
ОКРУЖНОСТЬ, ВПИСАННАЯ В ТРЕУГОЛЬНИК



В любой треугольник можно вписать только одну окружность.

Центр окружности, вписанной в треугольник,
— точка пересечения биссектрис углов треугольника.

ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



Около любого треугольника можно описать только одну окружность.

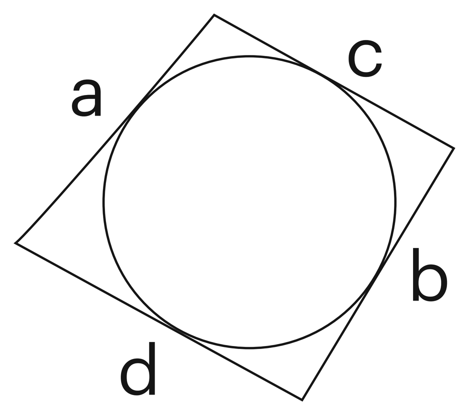
Центр окружности, описанной около треугольника, — точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

В остроугольном треугольнике центр лежит внутри треугольника, в прямоугольном — на середине гипотенузы, в тупоугольном — снаружи треугольника.

СВОЙСТВО И ПРИЗНАК ОПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА

свойство

В любом описанном четырёхугольнике суммы длин противоположных сторон равны.
$a + b = c + d$



признак

Если суммы длин противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равны, то в него можно вписать окружность.

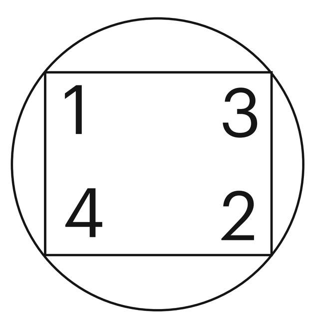
Пример: квадрат, ромб.

СВОЙСТВО И ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА

свойство

В любом вписанном четырёхугольнике сумма противолежащих углов равна 180°.

$\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 3 + \angle 4 = 180°$



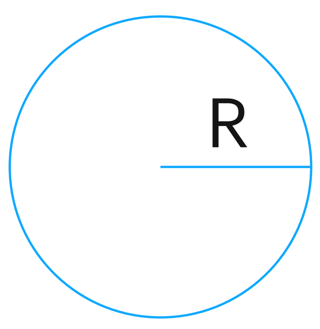
признак

Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180°, то около него можно описать окружность.

Пример: прямоугольник, квадрат, равнобедренная трапеция.

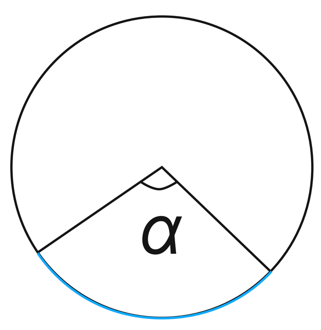
ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ДУГИ, ПЛОЩАДЬ КРУГА И СЕКТОРА

длина окружности C



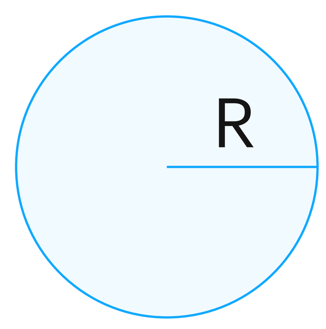
$C = 2\pi R$,
где R — радиус окружности.

длина дуги L



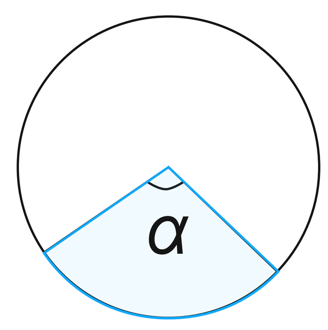
$L = C * \alpha/360°$,
где α — градусная мера дуги.

площадь круга S



$S = \pi R^2$,
где R — радиус окружности.

площадь сектора Sc



$Sc = S * \alpha/360°$,
где α — градусная мера дуги.