

задания №1-5 (зонты, теплицы и т.д.)

Привет! На связи Мария Стрельцова, и в этом файле я собрала для тебя разборы типов задач 1-5, которые мы не затронем на наших уроках (т. к. основные занятия посвятим разбору заданий с ФИПИ). Это задания из различных сборников. Успехов!

ЗОНТЫ

Два друга Петя и Вася задумались о том, как рассчитать площадь поверхности зонта. На первый взгляд зонт кажется круглым, а его купол напоминает часть сферы (сферический сегмент). Но если присмотреться, то видно, что купол зонта состоит из восьми отдельных клиньев, натянутых на каркас из восьми спиц (рисунок 1). Сферическая форма в раскрытом состоянии достигается за счет гибкости спиц и эластичности ткани, из которой изготовлен зонт.

Петя и Вася сумели измерить расстояние между концами соседних спиц a . Оно оказалось равно 38 см. Высота купола зонта h (рисунок 2) оказалась равна 25 см, а расстояние d между концами спиц, образующих дугу окружности, проходящей через вершину зонта, — равно 100 см.

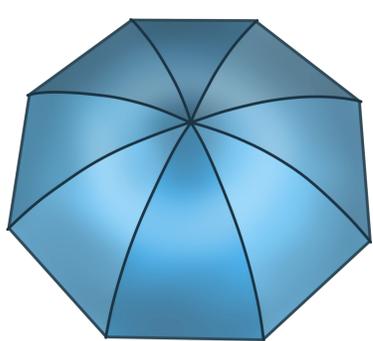


рис. 1

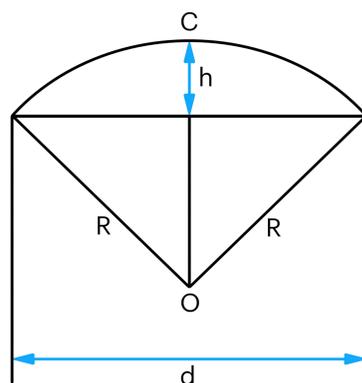
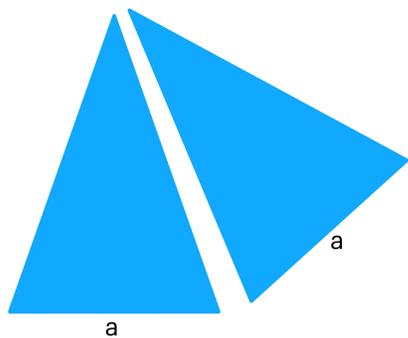


рис. 2



рис. 3

Пример 1

Длина зонта в сложенном виде равна 25 см и складывается из длины ручки (рисунок 3) и трети длины спицы (зонт в три сложения). Найдите длину спицы, если длина ручки зонта равна 6,2 см.

По условию длина зонта состоит из трети длины спицы и ручки зонта, если длина зонта равна 25, а длина ручки 6,2, тогда треть спицы = $25 - 6,2 = 18,8$ см.

Длина спицы в 3 раза больше длины трети спицы, поэтому $18,8 \cdot 3 = 56,4$ см.

Ответ: ,

Пример 2

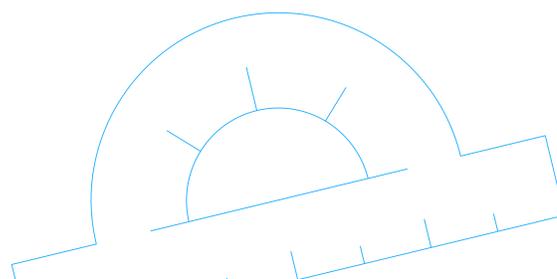
Поскольку зонт шит из треугольников, рассуждал Петя, площадь его поверхности можно найти как сумму площадей треугольников. Вычислите площадь поверхности зонта методом Пети, если высота каждого равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, равна 53,1 см. Ответ дайте в квадратных см с округлением до десятков.

Один треугольник зонта по условию имеет основание $a = 38$ (из текста) и высоту 53,1, значит, площадь одного треугольника равна $\frac{1}{2} \cdot 38 \cdot 53,1 = 1008,9$ см².

Из исходного текста также известно, что зонт состоит из 8-ми треугольников, тогда его площадь = $= 8 \cdot 1008,9 = 8071,2$ см²

Округление до десятков — округление до второго разряда до запятой, значит, ответ 8070.

Ответ:



Пример 3

Вася предположил, что купол зонта имеет форму сферического сегмента. Вычислите радиус R сферы купола, зная, что $OC = R$. Ответ дайте в см.

Так как $OC = R$, то $OB = R - h = R - 25$ (см);
 АК — расстояние между спицами, значит, оно равно 100 см;
 Треугольник АОК равнобедренный $\Rightarrow KB = AB = AC : 2 = 100 : 2 = 50$ см;
 Составим теорему Пифагора для треугольника АОВ:
 $AO^2 = OB^2 + AB^2$
 $R^2 = (R - 25)^2 + 50^2$
 $R^2 = R^2 - 50R + 625 + 2\,500$
 $50R = 3\,125$
 $R = 62,5$ (см).

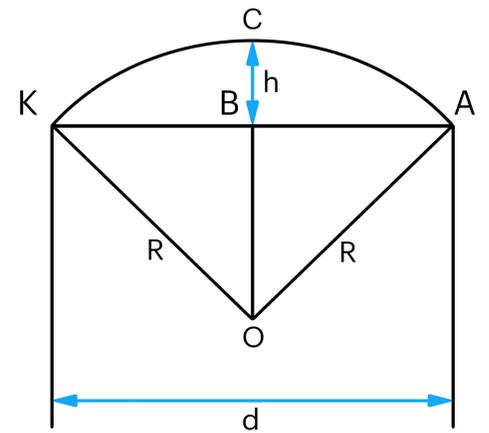


рис. 2

Ответ: ,

Пример 4

Вася нашел площадь купола зонта как площадь поверхности сферического сегмента по формуле $S = 2\pi Rh$, где R — радиус сферы, а h — высота сегмента. Рассчитайте площадь поверхности купола способом Васи. Число π округлите до 3,14. Ответ дайте в квадратных см с округлением до целого.

Подставим все известные величины в формулу:
 $S = 2 \cdot 3,14 \cdot 62,5 \cdot 25 = 9\,812,5 = 9\,813$ (см²).

Ответ:

Пример 5

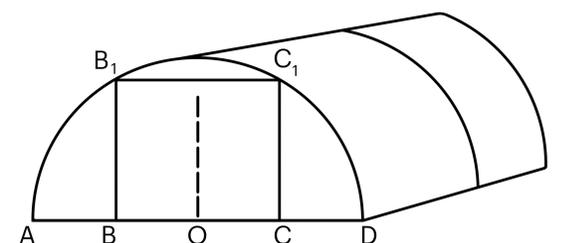
Рулон ткани имеет длину 35 м и ширину 80 см. На фабрике из этого рулона были вырезаны треугольные клинья для 29 зонтов, таких же, как зонт, который был у Пети и Васи. Каждый треугольник с учетом припуска на швы имеет площадь 1050 кв. см. Оставшаяся ткань пошла на обрезки. Сколько процентов ткани рулона пошло в обрезки?

80 см = 0,8 м;
 Площадь ткани в рулоне: $35 \cdot 0,8 = 28$ (м²);
 Площадь зонта с учетом припуска на швы: $1\,050 \cdot 8 = 8\,400$ (см²) = 0,84 (м²);
 Площадь ткани, необходимая для 29 зонтов: $0,84 \cdot 29 = 24,36$ (м²);
 Площадь ткани, которая пошла на обрезки: $28 - 24,36 = 3,64$ (м²);
 Площадь всего куска 28 м² — 100%
 Площадь обрезков 3,64 м² — x%
 $x = 3,64 \cdot 100 : 28 = 13$.

Ответ:

ТЕПЛИЦЫ

Сергей Петрович решил построить на дачном участке теплицу длиной 4 м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Сергей Петрович заказал металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5 м каждая и покрытие для обтяжки.



Отдельно требуется купить пленку для передней и задней стенок теплицы. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником BCC_1B_1 , где точки B, O, C делят отрезок AD на четыре равные части. Внутри теплицы Сергей Петрович планирует сделать три грядки по длине теплицы — одну центральную широкую грядку и две узкие грядки по краям. Между грядками будут дорожки шириной 40 см, для которых необходимо купить тротуарную плитку размером 20 см x 20 см.

Пример 1

Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см?

Длина теплицы равна 4 м, расстояние должно быть не более 0,6 м, тогда нужно: $4 : 0,6 = 6,66 = 7 + 1 = 8$ дуг.

Добавляем одну дугу, так как для одного расстояния необходимо две дуги.

Ответ: 8

Пример 2

Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек между грядками, если она продается в упаковках по 6 штук?

Площадь дорожки = $40 \text{ см} \cdot 4 \text{ м} = 0,4 \cdot 4 = 1,6 \text{ м}^2$, тогда площадь двух дорожек $3,2 \text{ м}^2$ (так как между тремя грядками будет 2 дороги).

Площадь одной плитки = $20 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04 \text{ м}^2$.

Количество плиток = $3,2 : 0,04 = 80$ штук

Количество упаковок = $80 : 6 = 13,33 = 14$ упаковок.

Количество упаковок всегда округляем в большую сторону.

Ответ: 14

Пример 3

Найдите ширину теплицы. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых.

Длина дуги окружности равна 5 м, ее можно найти по формуле длины половины дуги окружности = πR .
 $5 = \pi \cdot R \Rightarrow R = 5 : 3,14 = 1,59 \text{ м}$

Ширина теплицы = диаметр полуокружности дуги, значит, она равна удвоенному радиусу:
 $2 \cdot 1,59 = 3,18 \text{ м} = 3,2 \text{ м}$ при округлении до десятых.

Ответ: 3,2

Пример 4

Найдите ширину центральной грядки, если она в два раза больше ширины узкой грядки. Ответ дайте в см с точностью до десятков.

Ширина дорожек между грядками составляет по 40 см, значит всего дорожки занимают 80 см;

Возьмем ширину центральной грядки за $2x$, тогда узкие грядки имеют ширину x см;

Ширина всей теплицы $3,2 \text{ м} = 320 \text{ см}$;

$$320 \text{ см} = 2x + x + x + 80$$

$$320 - 80 = 4x$$

$$240 = 4x \mid 4$$

$$x = 60 \text{ (см)}$$

Ширина центральной грядки равна $60 \cdot 2 = 120 \text{ (см)}$.

Ответ: 120



Пример 5

Найдите высоту входа в теплицу. Ответ дайте в см.

Так как сторона AD делится на 4 равные части, то $OC = 3,2 : 4 = 0,8 \text{ м} = 80 \text{ см}$;
 $C_1O = 3,2 : 2 = 1,6 \text{ м} = 160 \text{ см}$ (как радиус полуокружности);

Для прямоугольного треугольника $CO C_1$ составим теорему Пифагора:

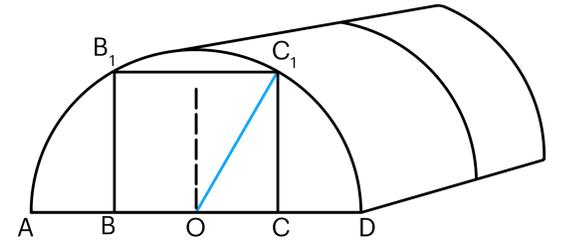
$$C_1O^2 = CO^2 + C_1C^2$$

$$160^2 = 80^2 + C_1C^2$$

$$25\ 600 - 6\ 400 = C_1C^2$$

$$19\ 200 = C_1C^2$$

$$C_1C = 136 \text{ (см)}$$

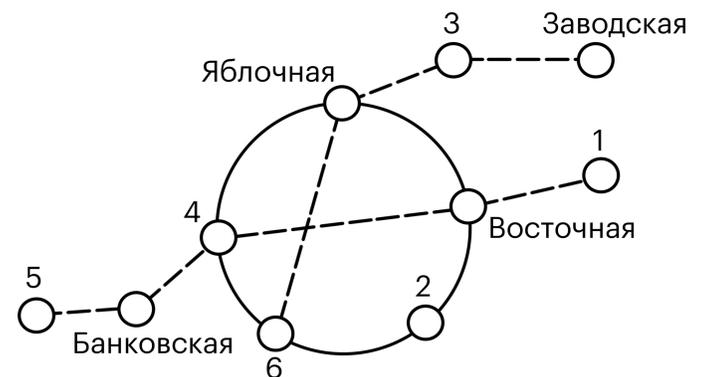


P.s. Так как корень не извлекается, в ответе может быть число от 135 до 145.

Ответ:

СТАНЦИИ МЕТРО

На рисунке изображена схема метро города N. Станция Кировская Синей ветки расположена между станциями Яблочная и Заводская. Если ехать по кольцевой линии (она имеет форму окружности), то можно последовательно попасть на станции Яблочная, Восточная, Летняя, Площадь победы, Морская. Красная ветка включает в себя станции Балтийская, Банковская, Морская, Восточная и Нарвская.



Пример 1

Для станций, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Станции	Кировская	Летняя	Балтийская	Нарвская
Цифры	3	2	5	1

Ответ:

Пример 2

Бригада меняет рельсы на участке между станциями Восточная и Нарвская протяжённостью 16,2 км. Работы начались в понедельник. Каждый рабочий день бригада меняла по 600 метров рельсов. По субботам и воскресеньям замена рельсов не осуществлялась, но проезд был закрыт до конца всего ремонта. Сколько дней был закрыт проезд между указанными станциями?

$16,2 \text{ км} = 16200 \text{ м} : 600 \text{ м} = 27$ раз выполнялся ремонт по 600 м.
 Посчитаем количество рабочих недель: $27 : 5 = 5,4$, Значит, ремонт выполняли 5 недель и еще 2 дня.
 В 5 неделях 35 дней, тогда ремонт занял 37 дней.

Ответ:

Пример 3

Территория, находящаяся внутри кольцевой линии, называется Кировским городским районом. Найдите его площадь S (в км^2), если длина кольцевой ветки равна 70 км. В ответе укажите значение выражения $S \cdot \pi$.

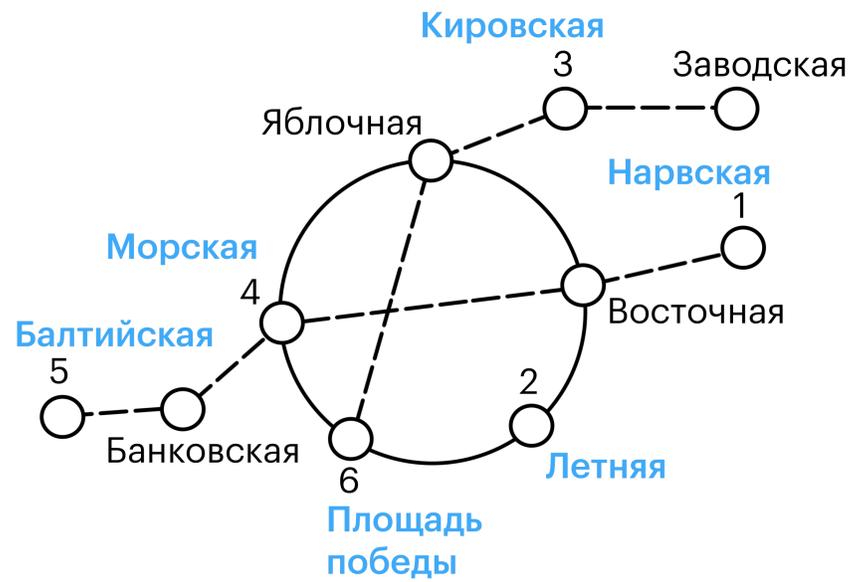
$C = 2\pi R$
 $70 = 2\pi R \Rightarrow R = 35 : \pi$.
 $S = \pi R^2 = 1225 : \pi$. Так как ответ нужен в формате $S \cdot \pi$, тогда ответ 1225.

Ответ:

Пример 4

Найдите расстояние (в км) между станциями Яблочная и Кировская, если длина Синей ветки равна 48 км, расстояние от Площади победы до Кировской равно 28 км, а от Заводской до Яблочной — 27 км. Все расстояния даны по железной дороге.

Для удобства укажем наименования станций на рисунке.
 Исходя из текста в начале, можно сделать вывод, что синяя ветка проходит через Площадь победы, Яблочную, Кировскую и Заводскую станции.
 $48 - 28 = 20$ км — расстояние между Кировской и Заводской.
 $27 - 20 = 7$ км — расстояние между Яблочной и Кировской.



Ответ:

Пример 5

Школьник Артём в среднем в месяц совершает 45 поездок в метро. Для оплаты поездок можно покупать различные карточки. Стоимость одной поездки для разных видов карточек различна.

По истечении месяца Артём уедет из города и неиспользованные карточки обнуляются. Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант?

Количество поездок	Стоимость карточки (руб.)	Доп. условия
1	80	Школьникам скидка 15%
10	740	Школьникам скидка 10%
30	2100	Школьникам скидка 10%
50	3200	Нет
Не ограничено	4000	Нет

В отличие от задач, например, на выбор стиральной машинки, в данном случае Артём может выбрать набор из разных карточек (а не конкретно использовать все карточки одного вида), поэтому:
 — максимальное количество поездок он должен совершить по самому дешёвому тарифу;
 — варианты 4 и 5 можно не рассматривать, так как они явно будут сильно дороже (они рассчитаны на больше, чем 45 поездок).

Найдем стоимость поездки по каждой карточке:
 1) $(80 \cdot 0,85) : 1 = 68$ руб./поездка (умножаем на 0,85, чтобы учесть скидку в 15%)
 2) $(740 \cdot 0,9) : 10 = 666 : 10 = 66,6$ руб./поездка (с учетом скидки 10%)
 3) $(2100 \cdot 0,9) : 30 = 1890 : 30 = 63$ руб./поездка (с учетом скидки 10%)

Самый дешёвый вариант — 3. Поэтому он берет одну такую карточку, потом еще 1 карточку на 10 поездок (так как она тоже дешевле карточки на 1 поездку) и ему нужно еще 5 карточек на 1 поездку.
 $1890 + 666 + 68 \cdot 5 = 2896$ руб. (не забудь считать итоговую стоимость со скидкой)

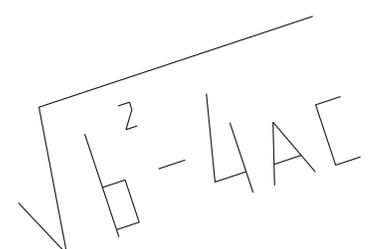
Ответ:

ОСАГО

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов.

Коэффициент бонус-малус (КБМ) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года, в соответствии со следующей таблицей.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании срока страхования с учетом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М
5	0,9	6	3	1	М	М
6	0,85	7	4	2	М	М
7	0,8	8	4	2	М	М
8	0,75	9	5	2	М	М
9	0,7	10	5	2	1	М
10	0,65	11	6	3	1	М
11	0,6	12	6	3	1	М
12	0,55	13	6	3	1	М
13	0,5	13	7	3	1	М



Пример 1

Павел страховал свою гражданскую ответственность три года. В течение первого года были сделаны две страховые выплаты, после этого выплат не было. Какой класс будет присвоен Павлу на начало четвёртого года страхования?

На начало первого года всем присевается класс 3 (сказано в исходном тексте). Так как в течение первого года было 2 выплаты смотрим строку с классом 3, столбец с двумя выплатами, класс переходит на М в начале второго года.

В начале третьего года класс будет 0 (так как никаких выплат в течение второго года не было). В начале четвертого года класс будет 1 (так как опять же не было выплат).

Ответ: 1

Пример 2

Чему равен КБМ на начало четвёртого года страхования?

Класс для Павла на начало 4-го года равен 1, значит, КБМ равен 1,55.

Ответ: 1 , 5 5

Пример 3

Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу). Когда Павел получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 24 года. Чему равен КВС на начало 4-го года страхования?

Так как он впервые оформил полис в 24, значит, водительский стаж равен 3 полным годам (в момент начала 4-го года) – смотрим столбец «3-4».

Так как на начало 4-го года ему будет $24 + 3 = 27$ лет, смотрим строку «25-29».

КВС равен 1,04

Стаж, лет \ Возраст, лет	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04		
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Ответ: 1 , 0 4

Пример 4

В начале третьего года страхования Павел заплатил за полис 18 745 руб. Во сколько рублей обойдётся Павлу полис на четвёртый год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

В начале третьего года КБМ был равен 2,3, КВС был равен 1,63, тогда $18\,745 : 2,3 : 1,63 = 5000$ руб. – стоимость базового тарифа и других коэф.

В начале четвертого года КБМ равен 1,55, КВС равен 1,04, значит $5000 \cdot 1,55 \cdot 1,04 = 8060$ руб.

Ответ:

Пример 5

Павел въехал на участок дороги протяжённостью 2,7 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на дороге — 60 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Павел въехал на участок в 11:03:16, а покинул его в 11:05:31. Нарушил ли Павел скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешённой?

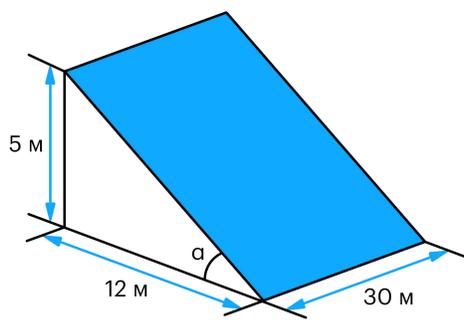
$11:05:31 - 11:03:16 = 2$ мин 15 сек = 2,25 мин = 0,0375 ч.

Средняя скорость = путь : время = $2,7 : 0,0375 = 72$ км/ч — скорость Павла была больше на $72 - 60 = 12$ км/ч.

Ответ:

ТЕРРАСЫ (ГОРЫ)

В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Землевладельческие террасы — это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье — для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжелого ручного труда. Землевладелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 30 м, а верхняя точка находится на высоте 5 м от подножия.



Пример 1

Землевладелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведенная под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.

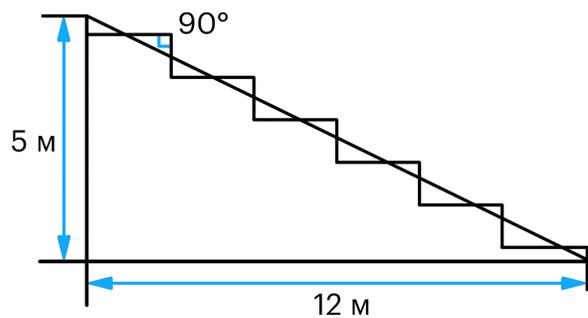
Найдем гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами 5 и 12, она равна 13 м. Тогда площадь прямоугольника под посевы равна $13 \cdot 30 = 390$ кв. м.

Ответ:

Пример 2

Землевладелец решил устроить террасы на своем участке, чтобы выращивать рис, пшено или кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона α , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.

Найдем тангенс угла α из прямоугольного треугольника со сторонами 5 и 12: $5/12$
 Умножим на 100% (по условию): $5/12 \cdot 100 = 125/3\% = 41,7\%$
 Значит, склон удовлетворяет требованиям.



Ответ: ,

Пример 3

На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как землевладелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Посчитаем количество ступеней на рисунке — 6 штук. $12 \text{ м} : 6 = 2 \text{ м}$ — длина одной террасы.
 Найдем площадь одной «ступеньки»: $2 \cdot 30 = 60 \text{ кв. м}$.
 Найдем площадь 6 «ступенек»: $6 \cdot 60 = 360 \text{ кв. м}$
 $390 - 360 = 30 \text{ кв.м}$.

Переведем в проценты $390 - 100\%$, $30 - x\% \Rightarrow x = 30 \cdot 100 : 390 = 7,69\% = 7,7\%$

Ответ: ,

Пример 4

Землевладелец получает 800 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 22% массы. Сколько кг белого риса получит землевладелец со всего своего участка?

Площадь участка с террасами составляет 360 кв.м, значит, $360 \cdot 800 = 288 \text{ 000 г}$ бурого риса = 288 кг.
 $100 - 22 = 78\%$ риса остается.
 $288 \cdot 0,78 = 224,64 \text{ кг}$ — белого риса.

Ответ: ,

Пример 5

В таблице дана урожайность культур, которые может засеять землевладелец на своем террасированном участке. За год обычно собирают 2 урожая — летом и осенью. По данным таблицы, посчитайте наибольшее число кг урожая, которое может быть собрано землевладелец с участка за один год, если он может засевать разные культуры.

Раз количество урожая должно быть наибольшим, значит, в каждый из этапов он должен засеивать то, что дает наибольший результат. В первом урожае это кукуруза, а во втором рис, тогда:

$360 \text{ м}^2 \cdot 1200 \text{ г/м}^2 = 432 \text{ 000 г} = 432 \text{ кг}$ — кукурузы

$360 \text{ м}^2 \cdot 800 \text{ г/м}^2 = 288 \text{ 000 г} = 288 \text{ кг}$ — риса

$432 + 288 = 720 \text{ кг}$

	Рис	Кукуруза	Пшено
1-й урожай (июнь)	600 г/м ²	1200 г/м ²	-
2-й урожай (сентябрь)	800 г/м ²	-	300 г/м ²

Ответ: