



## КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

///  
**Квадратное уравнение** — это уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$  (при  $a \neq 0$ )  
 Многочлен  $ax^2 + bx + c$  называется **квадратным трехчленом**

Корнем квадратного уравнения (квадратного трехчлена) называют число, при котором  $ax^2 + bx + c$  равняется нулю. Чтобы решить квадратное уравнение нужно найти все такие числа.

## АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ НЕПОЛНОГО КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

уравнение вида  $ax^2 + bx = 0$ 

$$\begin{aligned} x \cdot (ax + b) &= 0 \\ x = 0 \text{ или } ax + b &= 0 \\ x &= -b/a \end{aligned}$$

уравнение вида  $ax^2 + c = 0$ 

$$\begin{aligned} ax^2 &= -c \\ x^2 &= -c/a \\ x &= \pm\sqrt{m} \quad (m = -c/a) \end{aligned}$$

уравнение вида  $ax^2 = 0$ 

$$\begin{aligned} x^2 &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

## АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ПОЛНОГО КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ **Дискриминант**  $D = b^2 - 4ac$  (или  $D_1 = k^2 - ac$ ) $D > 0 \rightarrow 2$  решения $D = 0 \rightarrow 1$  решение $D < 0 \rightarrow$  корней нет**Формула корней квадратного уравнения**

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}, \quad k = b/2$$

уравнение вида  $x^2 + px + q = 0$  ( $a = 1$ )**Теорема Виета:** $x_1, x_2$  — корни приведенного квадратного уравнения

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = q \\ x_1 + x_2 = -p \end{cases}$$

## Пример 3

Решите уравнение  $-3x^2 + 8x + 3 = 0$ .  
 В ответ впишите больший корень.

$a = -3, b = 8, c = 3$

$D = 8^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 3 = 64 + 36 = 100 = 10^2$

$x_1 = (-8 + 10) : (-6) = -1/3$

$x_2 = (-8 - 10) : (-6) = 3$

Ответ: 3

## Пример 5

Решите уравнение  $5 = -2x^2 + x$ .

$2x^2 - x + 5 = 0$

$a = 2, b = -1, c = 5$

$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 1 - 40 = -39 < 0$

корней нет

Ответ: корней нет.

## Пример 4

Решите уравнение  $-6x - 3x^2 - 3 = 0$ .

$-3x^2 - 6x - 3 = 0$

$a = -3, b = -6, c = -3$

$D = (-6)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-3) = 36 - 36 = 0$

 $D = 0$ , значит, будет 1 решение

$x = 6 : (-6) = -6/6 = -1$

Ответ: -1

## Пример 6

Решите уравнение  $-3x^2 + 8x + 3 = 0$ .  
 В ответ впишите больший корень.

$a = -3, b = 8, c = 3, k = 8/2 = 4$

$D_1 = 4^2 - (-3) \cdot 3 = 16 + 9 = 25 = 5^2$

$x_1 = (-4 + 5) : (-3) = -1/3$

$x_2 = (-4 - 5) : (-3) = 3$

Ответ: 3



## Пример 7

Решите уравнения а)  $4x^2 = 8x$ ; б)  $-5x^2 - 10x = 0$ .

$$\begin{aligned} \text{а) } x(4x - 8) &= 0 \\ x = 0 \text{ или } 4x - 8 &= 0 \\ x &= 8 : 4 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } -5x(x + 2) &= 0 \\ -5x = 0 \text{ или } x + 2 &= 0 \\ x = 0 \quad x &= -2 \end{aligned}$$

Ответ: а) 0; 2; б) -2; 0.

## Пример 8

Решите уравнения а)  $x^2 - 64 = 0$ ; б)  $x^2 + 81 = 0$ .

$$\begin{aligned} \text{а) } x^2 &= 64 \\ x = 8 \text{ или } x &= -8 \\ \text{б) } x^2 &= -81 \\ \text{корней нет} \end{aligned}$$

Ответ: а) -8; 8; б) корней нет.

## Пример 9

Решите уравнения а)  $6 = 2x^2$ ; б)  $144x^2 = 0$ .

$$\begin{aligned} \text{а) } 2x^2 = 6 &\Rightarrow x^2 = 3 \\ x = \sqrt{3} \text{ или } x &= -\sqrt{3} \\ \text{б) } 144x^2 &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Ответ: а)  $-\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{3}$ ; б) 0.

## ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

///

**Дробно-рациональное уравнение** — это уравнение, в котором левая или правая части являются дробями; общий вид уравнения, где А и В — многочлены

$$\frac{A}{B} = 0$$

## важно

**Первый способ решения дробно-рациональных уравнений:**

- Привести уравнение к общему виду (справа 0);
- Решить уравнение  $A = 0$ ;
- Проверить, какие из найденных корней удовлетворяют условию  $B \neq 0$ ;
- Корни, удовлетворяющие данному условию, выписать в ответ.

## Пример 10

Решите уравнение  $\frac{3x + 5}{6x + 3} + \frac{1}{4x^2 - 1} = \frac{x}{2x - 1}$

$$\frac{3x + 5}{3(2x + 1)} + \frac{1}{(2x - 1)(2x + 1)} - \frac{x}{2x - 1} = 0$$

$$\frac{(3x + 5)(2x - 1) + 1 \cdot 3 - x \cdot 3(2x + 1)}{3(2x + 1)(2x - 1)} = 0$$

$$\frac{6x^2 - 3x + 10x - 5 + 3 - 6x^2 - 3x}{3(2x + 1)(2x - 1)} = 0$$

$$\frac{4x - 2}{3(2x + 1)(2x - 1)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2 = 0 \\ 3(2x + 1)(2x - 1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,5 \\ x \neq \pm 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \text{корней нет.}$$

Ответ: корней нет.

## важно

**Второй способ решения дробно-рациональных уравнений:**

- Указать ограничения на переменную;
- Умножить обе части уравнения на каждый знаменатель (или на их общий знаменатель);
- Решить полученное уравнение;
- Проверить, какие из найденных корней удовлетворяют ограничению;
- Корни, удовлетворяющие данному условию, выписать в ответ.

