

шпаргалка

# все формулы для ОГЭ по математике



Привет! На связи Мария Стрельцова со всеми формулами, которые пригодятся на экзамене.

Для твоего удобства формулы разделены на алгебру и геометрию и разбиты на тематические разделы, чтобы было понятно, где их применять.

Обрати внимание:

- если рядом с формулой есть ★ — она будет в справочных материалах, которые выдадут на экзамене;
- в файле нет примеров использования формул и некоторых свойств фигур.

Успехов!

## АЛГЕБРА

### Дроби

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}, c \neq 0$$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}, b \neq 0, d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, b \neq 0, d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, b \neq 0, d \neq 0, c \neq 0$$

$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}, b \neq 0, c \neq 0$$

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}, b \neq 0$$

$$a + \frac{c}{b} = \frac{a \cdot b + c}{b}, b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}, b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}, b \neq 0, c \neq 0$$

### Свойства степеней

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

$$\star a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$\star a^n : a^k = a^{n-k}$$

$$\star (a^n)^k = a^{n \cdot k}$$

$$\star (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\star \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$$

$$1^n = 1$$

$$0^n = 0, n \neq 0$$

$$\star a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$$

$$\frac{1}{a^{-n}} = a^n, a \neq 0$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a \neq 0, b \neq 0$$

### Свойства корней

$$\star \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}, a \geq 0, b \geq 0$$

$$\star \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a \geq 0, b > 0$$

$$(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

### Свойства модуля

$$|a| = a, \text{ если } a \geq 0$$

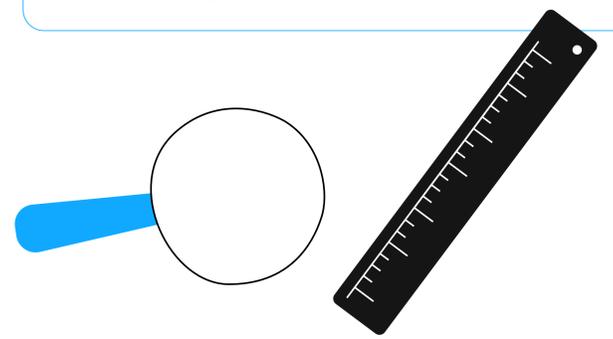
$$|-a| = |a|$$

$$|a| = -a, \text{ если } a < 0$$

$$|a|^2 = a^2$$

### Свойство пропорции

$$\text{Если } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ то } a \cdot d = b \cdot c$$



### Арифметическая прогрессия

Обозначения:  $a_1$  — первый член прогрессии,  $d$  — разность,  $a_n$  и  $a_k$  —  $n$ -ый и  $k$ -ый члены прогрессии,  $S_n$  — сумма  $n$  первых членов прогрессии

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$d = a_{n+1} - a_n$$

$$\star a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_n = a_k + (n-k) \cdot d, n > k$$

$$d = \frac{a_n - a_k}{n - k}, n > k$$

$$\star S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

## Геометрическая прогрессия

Обозначения:  $b_1$  — первый член прогрессии,  $q$  — знаменатель прогрессии,  $b_n$  и  $b_k$  —  $n$ -ый и  $k$ -ый члены прогрессии,  $S_n$  — сумма  $n$  первых членов прогрессии

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$\star b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$$b_n = b_k \cdot q^{(n-k)}, n > k$$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

$$\star S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{(q - 1)}$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$$

## Преобразования

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$-(a - b) = -a + b = b - a$$

$$mk + mp - mc = m(k + p - c)$$

$$(m - k)^2 = (k - m)^2$$

## Формулы сокращенного умножения

$$\star a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \text{ — разность квадратов}$$

$$\star (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ — квадрат суммы}$$

$$\star (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ — квадрат разности}$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \text{ — сумма кубов}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \text{ — разность кубов}$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ — куб суммы}$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \text{ — куб разности}$$

## Квадратные уравнения и квадратичная функция

$$\star \text{ Формула корней квадратного уравнения } ax^2 + bx + c = 0: x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac$$

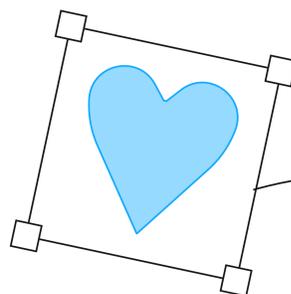
Формула корней квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $b$  — четное:  $x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$ , где  $D_1 = k^2 - ac$ ,  $k = \frac{b}{2}$

Теорема Виета:  $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = q, \\ x_1 + x_2 = -p \end{cases}$ , где  $x_1, x_2$  — корни приведенного квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$

$$\star \text{ Если квадратный трехчлен } ax^2 + bx + c \text{ имеет два корня } x_1 \text{ и } x_2, \text{ то } ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\star \text{ Если квадратный трехчлен } ax^2 + bx + c \text{ имеет единственный корень } x_0, \text{ то } ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$$

$$\star \text{ Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением } y = ax^2 + bx + c: x_0 = \frac{-b}{2a}$$



## Единицы измерения

### Единицы длины

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$

### Единицы площади

$$1 \text{ м}^2 = 10\,000 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$$

### Единицы массы

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

### Единицы времени

$$1 \text{ ч} = 60 \text{ мин} = 3600 \text{ с}$$

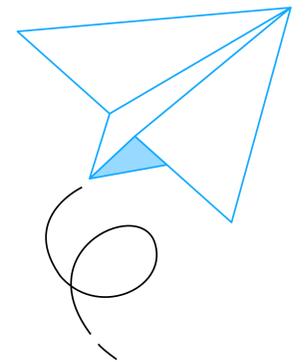
$$1 \text{ мин} = 60 \text{ с} = 1/60 \text{ ч}$$

$$1 \text{ с} = 1/60 \text{ мин} = 1/3600 \text{ ч}$$

### Единицы скорости

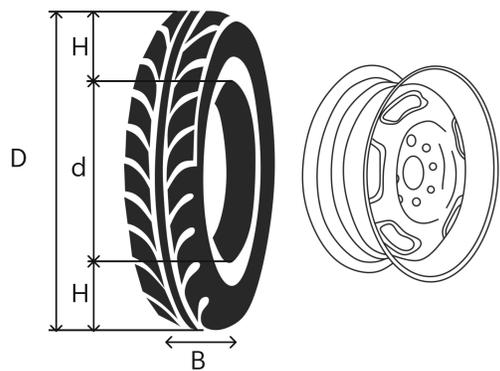
$$1 \text{ км/ч} = 10/36 \text{ м/с}$$

$$1 \text{ м/с} = 36/10 \text{ км/ч}$$



## Задания 1 – 5

### Шины



$$\frac{195}{a} / \frac{65}{b} R15_c$$

$$H = \frac{a \cdot b}{100}$$

$$D = \frac{a \cdot b}{50} + c \cdot 25,4$$

### Печи для бань

$$V = abc \text{ — объем помещения}$$

### Листы

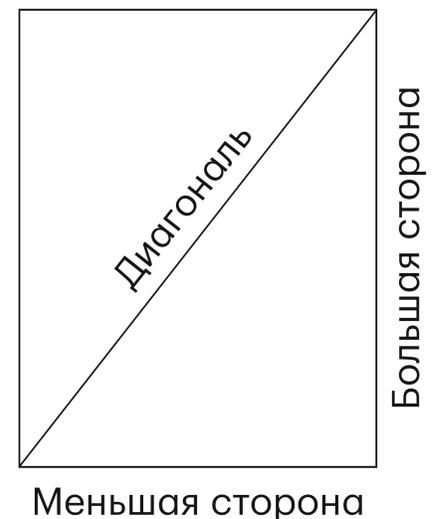
Листы всех форматов А (А0, А1, А2 и тд) подобны друг другу, поэтому отношения сторон будут одинаковы для всех листов.

$$\frac{\text{Большая сторона}}{\text{Меньшая сторона}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \approx 1,4$$

$$\frac{\text{Меньшая сторона}}{\text{Большая сторона}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7$$

$$\frac{\text{Диагональ}}{\text{Большая сторона}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \approx 1,2$$

$$\frac{\text{Диагональ}}{\text{Меньшая сторона}} = \frac{\sqrt{3}}{1} \approx 1,7$$



$$N = 2^{m-k}, \text{ где } N \text{ — количество листов формата } A_m, \text{ полученных при разрезании листа формата } A_k$$

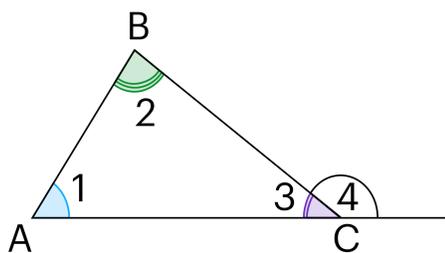
## ГЕОМЕТРИЯ

★ Сумма углов выпуклого n-угольника равна  $180^\circ(n - 2)$

## Треугольник

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

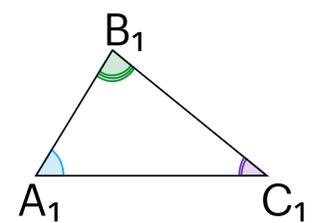
$$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$$



Если  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ , то

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

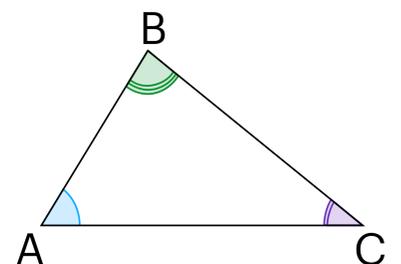


### Неравенство треугольника

$$AB < AC + BC$$

$$AC < AB + BC$$

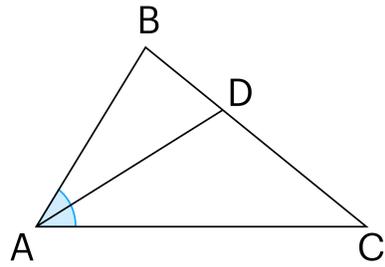
$$BC < AB + AC$$



Если **AD** — биссектриса, то

$$\angle BAD = \angle CAD = \frac{\angle BAC}{2}$$

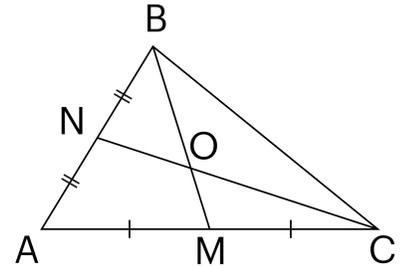
$$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$$



Если **BM** и **CN** — медианы, то

$$AM = CM = \frac{AC}{2}$$

$$S_{ABM} = S_{CBM} = \frac{S_{ABC}}{2}$$



**Равносторонний (правильный) треугольник**

$$R = 2r$$

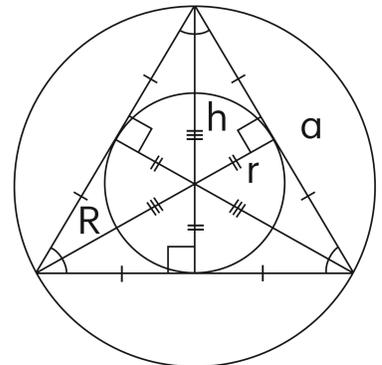
$$\star r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\star h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h = R + r = 3r$$

$$\star R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\star S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

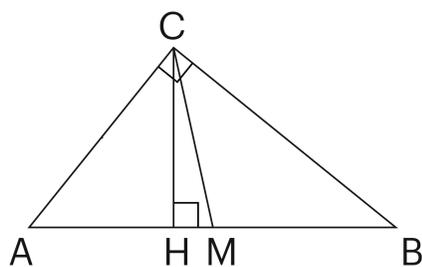


**Прямоугольный треугольник**

$$\angle CAB + \angle CBA = 90^\circ$$

Если **CM** — медиана, то

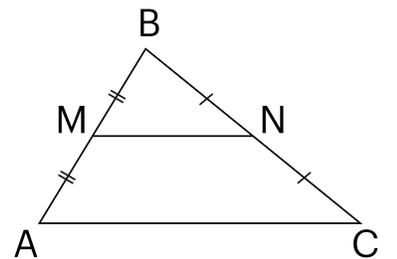
$$CM = AM = BM = \frac{AB}{2}$$



Если **MN** — средняя линия, то

$$\star MN = \frac{AC}{2}$$

$$MN \parallel AC$$



Если **CH** — высота, то

$$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB} \text{ и } CH^2 = AH \cdot BH$$

**Теорема Пифагора**

$$\star AB^2 = AC^2 + BC^2$$

**Квадрат**

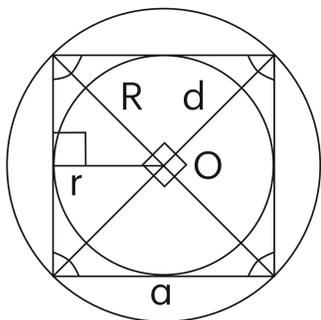
$$d = a\sqrt{2}$$

$$R = r\sqrt{2}$$

$$R = \frac{d}{2}$$

$$r = \frac{a}{2}$$

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

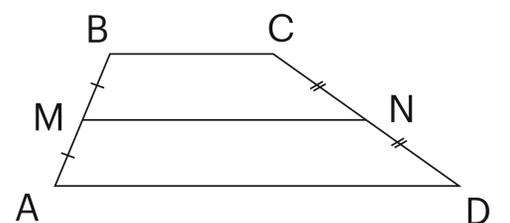


**Трапеция**

Если **MN** — средняя линия, то

$$\star MN = \frac{BC + AD}{2}$$

$$MN \parallel BC \parallel AD$$



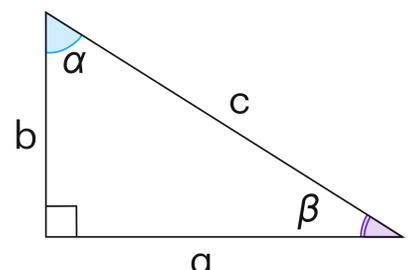
**Тригонометрия**

$$\star \sin \alpha = \cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\star \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta = \frac{a}{b}$$

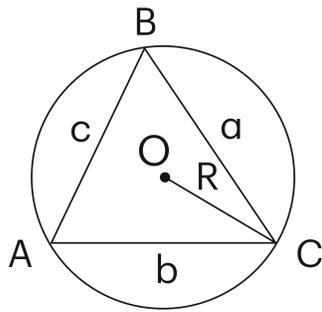
$$\star \cos \alpha = \sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$\star \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}$$



### Теорема синусов

$$\star \frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$$



### Теорема косинусов

$$\star c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \angle C$$

### Основное тригонометрическое тождество

$$\star \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

### Формулы приведения

$$\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

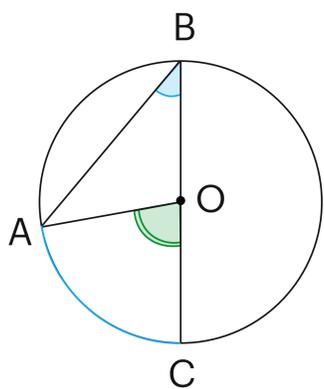
$$\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} (180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

## Окружность

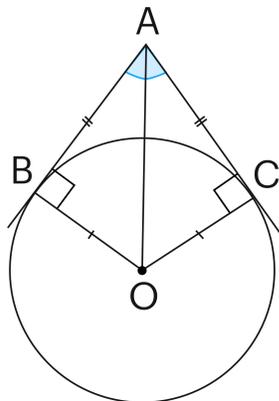
#### Свойство вписанного угла

$$\angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{\text{дуг } AC}{2}$$



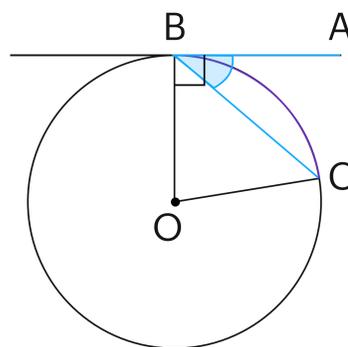
#### Свойство отрезков касательных

$$AB = AC, \angle BAO = \angle CAO$$



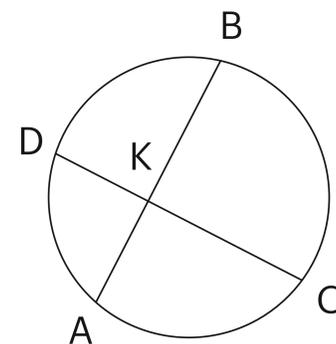
#### Свойство угла между касательной и хордой

$$\angle ABC = \frac{\text{дуг } BC}{2}$$



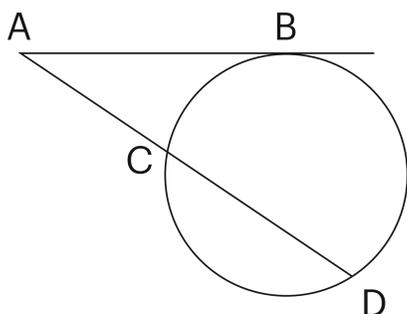
#### Теорема об отрезках пересекающихся хорд

$$AK \cdot KB = DK \cdot KC$$



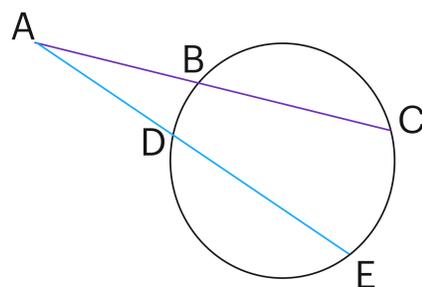
#### Теорема о касательной и секущей

$$AB^2 = AC \cdot AD$$



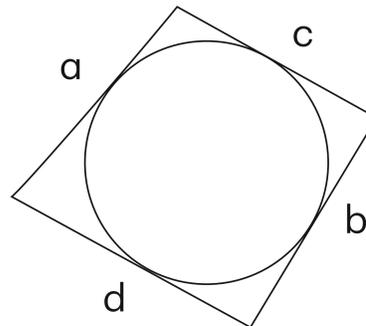
#### Теорема о секущих

$$AB \cdot AC = AD \cdot AE$$



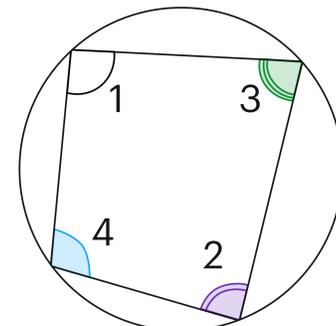
#### Свойство описанного четырехугольника

$$a + b = c + d$$



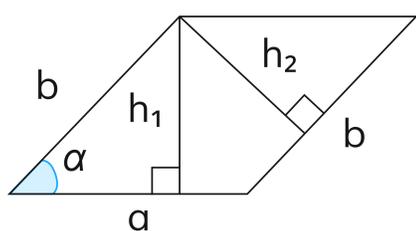
#### Свойство вписанного четырехугольника

$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$



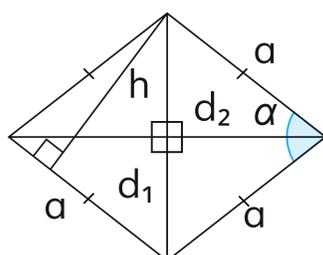
## Площади фигур

#### Параллелограмм



$$\star S = ah_1 = bh_2 = ab \cdot \sin \alpha$$

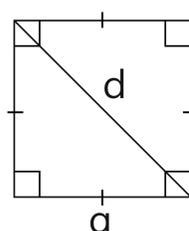
#### Ромб



$$\star S = \frac{1}{2} \cdot d_1 d_2$$

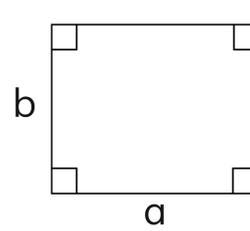
$$S = ah = a^2 \cdot \sin \alpha$$

#### Квадрат



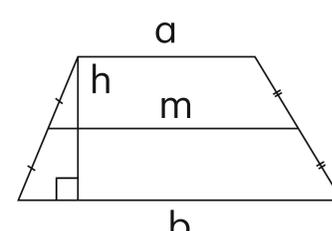
$$S = a^2 = \frac{d^2}{2}$$

#### Прямоугольник



$$S = ab$$

#### Трапеция

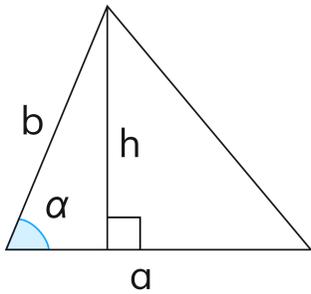


$$\star S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

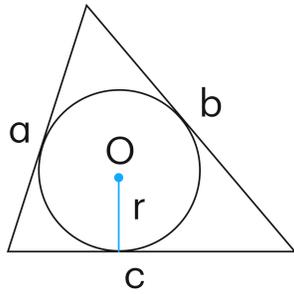
$$S = mh$$

Треугольник

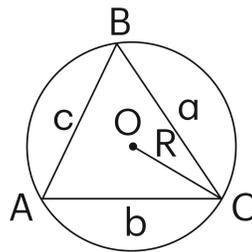
★  $S = \frac{1}{2} \cdot ah = \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \sin\alpha$



$S = pr, p = \frac{a+b+c}{2}$

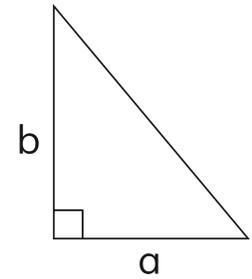


$S = \frac{abc}{4R}$



Прямоугольный треугольник

$S = \frac{1}{2} \cdot ab$



Формула Геррона

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Окружность

★ Длина окружности  $C = 2\pi R$

★ Площадь круга  $S = \pi R^2$

Длина дуги  $L = C \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$

Площадь сектора  $S_c = S \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$

