

100 сотка



Нокаут / день 1

Математика

Конспект

дроби, степени, корни №6, №8 · формулы сокращенного умножения, сравнение чисел №7, №8 · линейные уравнения №9, линейные неравенства №13, задания №12 и №20

основы алгебры, линейные уравнения и неравенства, №12, №20

ДРОБИ №6

Основное свойство дроби: если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь

$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

ЗАПИСЬ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ В ВИДЕ ДЕСЯТИЧНЫХ И НАОБОРОТ, СМЕШАННОЕ ЧИСЛО

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

$$\frac{132}{16} = 8,25$$

$$\frac{2}{3} \approx 0,66 = 0,(6)$$

$$0,1 = \frac{1}{10}$$

$$2,05 = \frac{205}{100}$$

$$1,02 = \frac{102}{100}$$

$$0,594 = \frac{594}{1000}$$

$$4 \frac{5}{11} = \frac{4 \cdot 11 + 5}{11} = \frac{49}{11}$$

НАИМЕНЬШИЙ ОБЩИЙ ЗНАМЕНАТЕЛЬ

///

НОК (наименьшее общее кратное) — это наименьшее натуральное число, которое кратно каждому из данных чисел

- Если одно из данных чисел делится на все остальные числа, то это число и является наименьшим общим кратным данных чисел.
- Если нет, то необходимо разложить на простые множители каждое из данных чисел
 - выписать множители, которые есть в разложении одного из данных чисел;
 - добавить недостающие множители из разложений остальных чисел и перемножить результат.
- Если числа взаимно простые (общий множитель равен 1) НОК равен произведению этих чисел.

пример для чисел 3, 4, 6, 12:
НОК(3, 4, 6, 12) = 12.

пример для чисел 8 и 9:
НОК(8, 9) = 8 · 9 = 72.

пример для чисел 10 и 15:
10 = 2 · 5
15 = 3 · 5
НОК(10, 15) = 2 · 3 · 5 = 30.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

сложение

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\frac{1}{10} + \frac{29}{20} = \frac{2}{20} + \frac{29}{20} = \frac{31}{20} = 1,55$$

$$17,2 + 3,81 = 21,01$$

$$\begin{array}{r} 17,2 \\ + 3,81 \\ \hline 21,01 \end{array}$$

вычитание

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-2}{4} = -0,5$$

$$\frac{1}{5} - \frac{27}{20} = \frac{4}{20} - \frac{27}{20} = \frac{-23}{20} = -1,15$$

$$5,62 - 0,7 = 4,92$$

$$\begin{array}{r} 5,62 \\ - 0,7 \\ \hline 4,92 \end{array}$$

умножение

$$\frac{7}{6} \cdot \frac{9}{5} = \frac{7 \cdot 9}{6 \cdot 5} = \frac{21}{10} = 2,1$$

$$\frac{8}{11} \cdot 22 = \frac{8 \cdot 22}{11} = \frac{16}{1} = 16$$

$$4,5 \cdot 0,19 = 0,855$$

$$8,632 \cdot 100 = 863,2$$

$$4,39 \cdot 1000 = 4390$$

$$\begin{array}{r} 0,19 \\ \times 4,5 \\ \hline 95 \\ + 76 \\ \hline 0,855 \end{array}$$

деление

$$\frac{12}{5} : \frac{15}{2} = \frac{12 \cdot 2}{5 \cdot 15} = \frac{8}{25} = 0,32$$

$$\frac{18}{10} : 6 = \frac{18}{10} : \frac{6}{1} = \frac{18 \cdot 1}{10 \cdot 6} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$6,03 : 0,9 = 60,3 : 9 = 6,7$$

$$6,03 : 10 = 0,603$$

$$5,84 : 100 = 0,0584$$

Десятичные дроби:

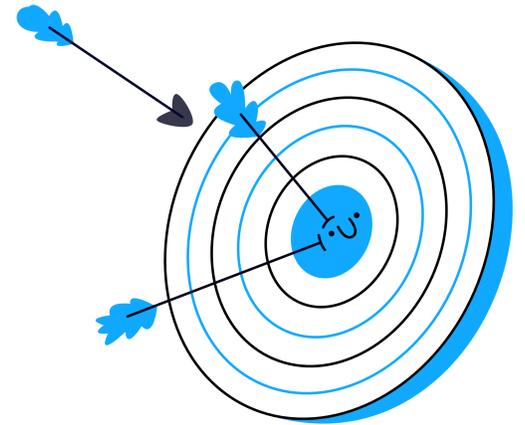
- **сложение и вычитание:** пишем числа в столбик, запятая под запятой, решаем как обычно и переписываем запятую в результат;
- **умножение:** умножаем, не глядя на запятые, в результате отделяем запятой справа столько цифр, сколько их было после запятой в обоих множителях вместе;
- **деление:** переносим запятые вправо в обоих числах на одинаковое количество цифр и делим;
- **умножение на 10^n :** переносим запятую вправо на столько цифр, сколько нулей n в множителе 10^n ;
- **деление на 10^n :** переносим запятую влево на столько цифр, сколько нулей в делителе.

Пример 1

Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{42} - \frac{1}{91}}$.

$$\frac{1}{\frac{1}{42} - \frac{1}{91}} = 1 : \left(\frac{1}{42} - \frac{1}{91} \right) = 1 : \frac{13 - 6}{546} = 1 \cdot \frac{546}{7} = 78.$$

Ответ: 7 8



СТЕПЕНИ №8

///
Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a . a^n — степень числа; a — основание степени; n — показатель степени

Если отрицательное число возвести в четную степень, то получится положительный результат, а в нечетную — отрицательный (если $a < 0$, то $a^{2n} > 0$ и $a^{2n-1} < 0$)
 Если минус стоит вне скобок, то для $a > 0$ получится отрицательный результат при любой степени ($-a^n < 0$)

СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ

$a^0 = 1, a \neq 0$	$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$	$a^n : a^k = a^{n-k}$	$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$0^n = 0, n \neq 0$
$1^n = 1$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a \neq 0, b \neq 0$	$\frac{1}{a^{-n}} = a^n, a \neq 0$	

Пример 2

Найдите значение выражения $\frac{4^5}{16}$.

$$\frac{4^5}{16} = \frac{4^5}{4^2} = 4^{5-2} = 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64.$$

Ответ: 6 4

Пример 3

Найдите значение выражения $\frac{1}{5^{-8}} \cdot \frac{1}{5^6}$.

$$\frac{1}{5^{-8}} \cdot \frac{1}{5^6} = \frac{1}{5^{-8} \cdot 5^6} = \frac{1}{5^{-8+6}} = \frac{1}{5^{-2}} = 5^2 = 5 \cdot 5 = 25.$$

Ответ: 2 5

Пример 4

Найдите значение выражения $(a^2)^{-8} : a^{-18}$ при $a = 7$.

$$(a^2)^{-8} : a^{-18} = a^{-16} : a^{-18} = a^{-16 - (-18)} = a^2 = 7 \cdot 7 = 49.$$

Ответ: 4 9

Пример 5

Найдите значение выражения $\frac{2^{-7} \cdot 2^{17}}{2^8}$.

$$\frac{2^{-7} \cdot 2^{17}}{2^8} = \frac{2^{-7+17}}{2^8} = \frac{2^{10}}{2^8} = 2^{10-8} = 2^2 = 2 \cdot 2 = 4.$$

Ответ:

Пример 6

Найдите значение выражения $\frac{5^9 \cdot 9^6}{45^6}$.

$$\frac{5^9 \cdot 9^6}{45^6} = \frac{5^9 \cdot 9^6}{(5 \cdot 9)^6} = \frac{5^9 \cdot 9^6}{5^6 \cdot 9^6} = 5^{9-6} = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125.$$

Ответ:

Пример 7

Найдите значение выражения $\frac{a^{18} \cdot (b^8)^2}{(a \cdot b)^{16}}$ при $a = 5$ и $b = \sqrt{5}$.

$$\frac{a^{18} \cdot (b^8)^2}{(a \cdot b)^{16}} = \frac{a^{18} \cdot b^{16}}{a^{16} \cdot b^{16}} = a^{18-16} = a^2 = 5^2 = 5 \cdot 5 = 25.$$

Ответ:

КОРНИ №8

/// **Арифметическим квадратным корнем** из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число, квадрат которого равен a ($\sqrt{a} = b$, $b^2 = a$, $a \geq 0$, $b \geq 0$)

Складывать и вычитать можно только корни с одинаковыми подкоренными выражениями. В таком случае необходимо сложить или вычесть множители, которые стоят перед знаком корня, подкоренное выражение просто переписать. **Нельзя складывать или вычитать подкоренные выражения.**

1. $\sqrt{0} = 0$
2. $\sqrt{4} = 2$
3. $\sqrt{9} = 3$
4. $\sqrt{16} = 4$
5. $\sqrt{25} = 5$

6. $\sqrt{49} = 7$
7. $\sqrt{81} = 9$
8. $\sqrt{100} = 10$
9. $\sqrt{121} = 11$
10. $\sqrt{256} = 16$

11. $\sqrt{48} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}$
12. $2\sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12}$
13. $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
14. $16\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$
15. $\sqrt{45} - \sqrt{20} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$

СВОЙСТВА КОРНЕЙ

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}, a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a \geq 0, b > 0$$

$$(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Пример 8

Найдите значение выражения $\sqrt{7 \cdot 45} \cdot \sqrt{35}$.

$$\sqrt{7 \cdot 45} \cdot \sqrt{35} = \sqrt{7 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7} = 7 \cdot 3 \cdot 5 = 105.$$

Ответ:

Пример 9

Найдите значение выражения $\sqrt{(-a)^4 \cdot a^2}$ при $a = 5$.

$$\sqrt{(-a)^4 \cdot a^2} = \sqrt{a^4 \cdot a^2} = \sqrt{a^6} = |a^3| = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125.$$

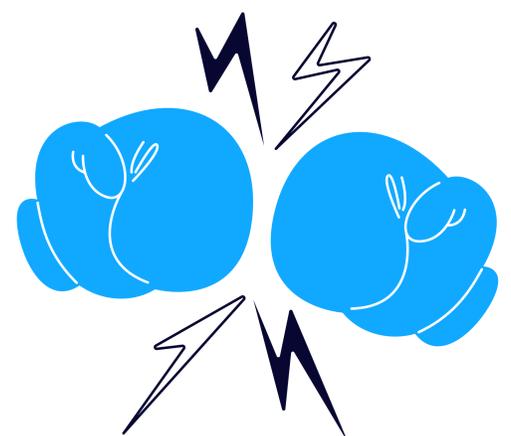
Ответ:

Пример 10

Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{25} \cdot x^6 y^4}$ при $x = -5$, $y = 2$.

$$\sqrt{\frac{1}{25} \cdot x^6 y^4} = \frac{1}{5} \cdot |x^3| \cdot y^2 = \frac{1}{5} \cdot |(-5)^3| \cdot 2^2 = \frac{1}{5} \cdot |-125| \cdot 4 = 25 \cdot 4 = 100.$$

Ответ:



ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ №8

Квадрат суммы: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 Квадрат разности: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 Разность квадратов: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Пример 11

Найдите значение выражения $(\sqrt{37} - 5)(\sqrt{37} + 5)$.
 $(\sqrt{37} - 5)(\sqrt{37} + 5) = (\sqrt{37})^2 - 5^2 = 37 - 25 = 12$.

Ответ: 1 2

Пример 12

Найдите значение выражения $(\sqrt{50} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$.
 $(\sqrt{50} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{50} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 10 - 2 = 8$.

Ответ: 8

Пример 13

Найдите значение выражения $(\sqrt{3} + 8)^2 - 16\sqrt{3}$.
 $(\sqrt{3} + 8)^2 - 16\sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 8 + 8^2 - 16\sqrt{3} = 3 + 16\sqrt{3} + 64 - 16\sqrt{3} = 3 + 64 = 67$.

Ответ: 6 7

Пример 14

Найдите значение выражения $\sqrt{16a^2 + 8ab + b^2}$ при $a = \frac{3}{11}$ и $b = 5\frac{10}{11}$.
 $\sqrt{16a^2 + 8ab + b^2} = \sqrt{(4a + b)^2} = |4a + b| = 4 \cdot \frac{3}{11} + 5\frac{10}{11} = \frac{12}{11} + \frac{65}{11} = \frac{12 + 65}{11} = \frac{77}{11} = 7$.

Ответ: 7

СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ №7

Пример 15

На координатной прямой отмечены числа x и y . Какое из следующих неравенств верно?

- 1) $xy > 0$ 2) $x^2y < 0$ 3) $x + y > 0$ 4) $x - y < 0$



Предположим, что $x = -3$, $y = 1$, подставим их в каждое неравенство:

- 1) $(-3) \cdot 1 = -3 > 0$ — неверно
 2) $(-3)^2 \cdot 1 = 9 < 0$ — неверно
 3) $-3 + 1 = -2 > 0$ — неверно
 4) $-3 - 1 = -4 < 0$ — верно

Ответ: 4

Пример 16

Одно из чисел, записанных ниже, отмечено на числовой прямой точкой. Какое это число?

- 1) $\frac{73}{22}$ 2) $\frac{83}{22}$ 3) $\frac{93}{22}$ 4) $\frac{113}{22}$



Число, отмеченное на прямой, > 3 , но < 4 (ближе к 4). Найдем примерное значение каждой дроби:

$\frac{73}{22} \approx 3,32$ $\frac{83}{22} \approx 3,77$ $\frac{93}{22} \approx 4,23$ $\frac{113}{22} \approx 5,14$ Таким образом, на прямой отмечено число 2.

Ответ: 2

Пример 17

Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{8}{11}$ и $\frac{14}{17}$?

- 1) 0,6 2) 0,7 3) 0,8 4) 0,9

$$\frac{8}{11} \approx 0,73 \qquad \frac{14}{17} \approx 0,82$$

Таким образом, между числами 0,72 и 0,82 заключено число 0,8.

Ответ: 3



Пример 18

На координатной прямой точки A, B, C и D соответствуют числам 0,098; -0,02; 0,09; 0,11. Какой точке соответствует число 0,09?

- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D



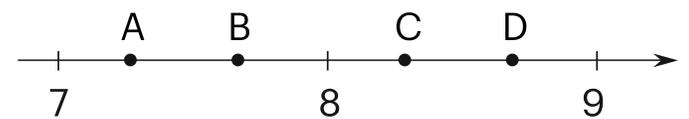
Расположим дроби в порядке возрастания: -0,02; 0,09; 0,098; 0,11. Тогда число 0,09 соответствует точке B.

Ответ: 2

Пример 19

На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D. Одна из них соответствует числу $\sqrt{60}$. Какая это точка?

- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D



$$7 = \sqrt{49}, 8 = \sqrt{64}, 9 = \sqrt{81}.$$

Так как $\sqrt{49} < \sqrt{60} < \sqrt{64}$ и $60 - 49 > 64 - 60$, то $\sqrt{60}$ соответствует точке B.

Ответ: 2

ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ №9

///

Уравнение вида $ax = b$, где x — переменная, a и b — некоторые числа, называют **линейным уравнением с одной переменной**; **корень уравнения** — число, которое можно подставить вместо переменной и при вычислении получить верное равенство

Правила решения уравнений:

- к обеим частям прибавить (или из обеих частей вычесть) одно и то же число;
- обе части умножить (разделить) на одно и то же отличное от нуля число;
- слагаемое перенести из одной части в другую, изменив при этом его знак на противоположный.

АЛГОРИТМ

- 1 Если в уравнении есть скобки, то раскрыть их.
- 2 Если в уравнении есть знаменатель/и, то умножить обе части уравнения на общий знаменатель.
- 3 Перенести все слагаемые с «икс» влево, числа — вправо.
- 4 Привести подобные.
- 5 Разделить обе части уравнения на множитель при «икс».

Пример 20

Найдите корень уравнения $-8x - 3 = -6x$.

$$\begin{aligned} -8x - 3 &= -6x \\ -8x + 6x &= 3 \\ -2x &= 3 \\ x &= 3 / (-2) = -1,5 \end{aligned}$$

Ответ: ,

Пример 22

Найдите корень уравнения $1 - 10x = 5x + 10$.

$$\begin{aligned} 1 - 10x &= 5x + 10 \\ -10x - 5x &= 10 - 1 \\ -15x &= 9 \\ x &= 9 / (-15) = -0,6 \end{aligned}$$

Ответ: ,

Пример 21

Найдите корень уравнения $4(x - 2) = -1$.

$$\begin{aligned} 4x - 8 &= -1 \\ 4x &= -1 + 8 \\ 4x &= 7 \\ x &= 7/4 = 1,75 \end{aligned}$$

Ответ: ,

Пример 23

Решите уравнение $3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3}$.

$$\begin{aligned} 3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3} \quad | \cdot 21 \Leftrightarrow 63 - 3x &= 7x \Leftrightarrow 63 = 7x + 3x \\ 63 &= 10x \Leftrightarrow x = 63 / 10 = 6,3 \end{aligned}$$

Ответ: ,

ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА №9

///
Линейные неравенства — это неравенства вида $ax > b$ (вместо $>$ может быть любой знак неравенства)

строгие знаки неравенств $><$

Точка выколота, скобки круглые ()

нестрогие знаки неравенств $\geq \leq$

Точка закрашенная, скобки квадратные []

Правила:

- перенос слагаемых из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, при этом знак неравенства не меняется.
- умножение или деление на одно и то же положительное число обеих частей неравенства, при этом знак неравенства не меняется.
- умножение или деление на одно и то же отрицательное число, при этом знак неравенства меняется на противоположный.

АЛГОРИТМ

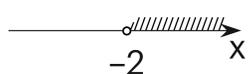
- 1 Если в неравенстве есть скобки, то раскрыть их.
- 2 Перенести все слагаемые с «икс» влево, числа — вправо; привести подобные.
- 3 Разделить обе части неравенства на множитель при «икс».

Пример 24

Укажите решение неравенства $-3 - x < 4x + 7$.

- 1) $(-\infty; -0,8)$ 2) $(-2; +\infty)$ 3) $(-\infty; -2)$ 4) $(-0,8; +\infty)$

$$\begin{aligned} -x - 4x &< 7 + 3 \\ -5x &< 10 \\ x &> -2 \end{aligned}$$



Ответ:

Пример 25

Укажите решение неравенства $3 - 2x \geq 8x - 1$.

- 1) $[-0,2; +\infty)$ 2) $(-\infty; 0,4]$ 3) $[0,4; +\infty)$ 4) $(-\infty; -0,2]$

$$\begin{aligned} -2x - 8x &\geq -1 - 3 \\ -10x &\geq -4 \\ x &\leq 0,4 \end{aligned}$$



Ответ:

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ №12

Пример 26

Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_c = \frac{5}{9}(t_f - 32)$, где t_c — температура в градусах Цельсия, t_f — температура в градусах Фаренгейта.

Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 149 градусов по шкале Фаренгейта?

Подставим $t_f = 149$: $t_c = \frac{5}{9}(149 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 117 = 65$.

Ответ:

Пример 27

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $9,5 \text{ с}^{-1}$, а центростремительное ускорение равно $180,5 \text{ м/с}^2$.

Ответ дайте в метрах.

Выразим из формулы R и подставим $a = 180,5 \text{ м/с}^2$ и $\omega = 9,5 \text{ с}^{-1}$: $R = \frac{a}{\omega^2} = \frac{180,5}{9,5^2} = 2 \text{ м}$.

Ответ:

Пример 28

Площадь четырехугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырехугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 16$, $\sin \alpha = \frac{5}{8}$, а $S = 45$.

Выразим из формулы d_1 и подставим $S = 45$, $d_2 = 16$, $\sin \alpha = \frac{5}{8}$: $d_1 = \frac{2S}{d_2 \sin \alpha} = \frac{2 \cdot 45}{16 \cdot 5/8} = 9$.

Ответ:

Пример 29

Сила Архимеда, выталкивающая на поверхность погружённое в воду тело, вычисляется по формуле $F = \rho g V$, где $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения, а V — объём тела в кубических метрах. Сила F измеряется в ньютонах. Найдите силу Архимеда, действующую на погружённое в воду тело объёмом $0,1 \text{ куб. м}$. Ответ дайте в ньютонах.

Подставим $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $V = 0,1 \text{ м}^3$ в формулу: $F = 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,1 = 980 \text{ Н}$.

Ответ:

Пример 30

Если тело массой $m \text{ кг}$ подвешено на высоте $h \text{ м}$ над горизонтальной поверхностью земли, то его потенциальная энергия в джоулях вычисляется по формуле $P = mgh$, где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения. Найдите массу тела, подвешенного на высоте 7 м над поверхностью земли, если его потенциальная энергия равна 1372 джоуля . Ответ дайте в килограммах.

Выразим из формулы m и подставим $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, $h = 7 \text{ м}$ и $P = 1372 \text{ Дж}$: $m = \frac{P}{gh} = \frac{1372}{9,8 \cdot 7} = 20 \text{ кг}$.

Ответ:

Пример 31

Кинетическая энергия тела массой m кг, движущегося со скоростью v м/с вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$ и измеряется в джоулях (Дж). Известно, что автомобиль массой 2800 кг обладает кинетической энергией 315 тысяч джоулей. Найдите скорость этого автомобиля в метрах в секунду.

Подставим $m = 2800$ кг и $E = 315\,000$ Дж: $315\,000 = \frac{2800 v^2}{2} \Leftrightarrow 315\,000 = 1400 v^2 \Leftrightarrow v^2 = 225 \Leftrightarrow v = 15$.

Ответ:

РЕШЕНИЕ №20

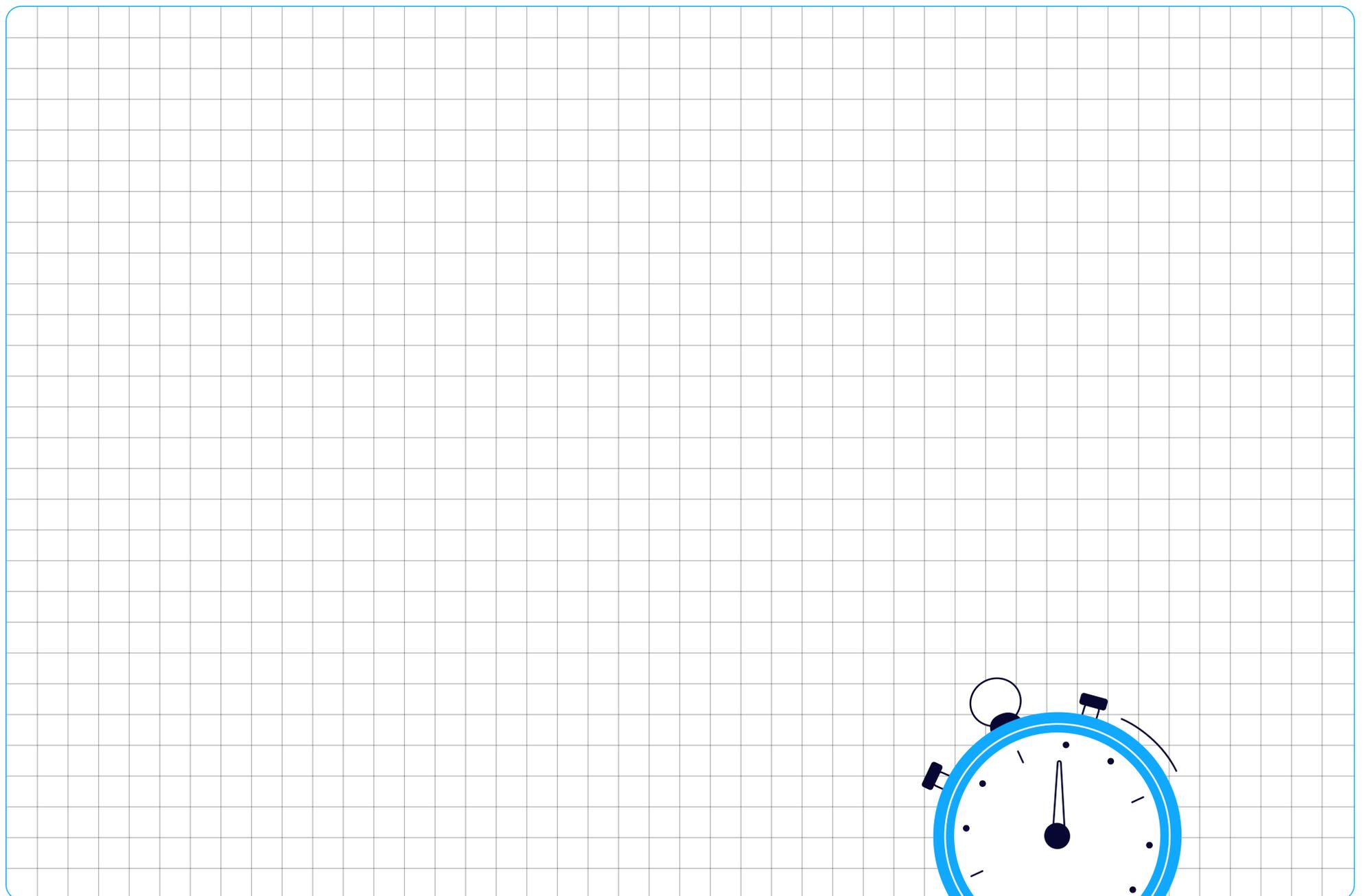
Пример 32

Найдите значение выражения $28a - 7b + 40$, если $\frac{2a - 5b + 7}{5a - 2b + 7} = 6$.

$$\begin{aligned} 6(5a - 2b + 7) &= 2a - 5b + 7 \\ 30a - 12b + 42 &= 2a - 5b + 7 \\ 30a - 2a - 12b + 5b &= 7 - 42 \\ 28a - 7b &= -35 \\ 28a - 7b + 40 &= -35 + 40 = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

для заметок:



Источник: Открытый банк заданий ФИПИ

МАТЕМАТИКА С МАРИЕЙ СТРЕЛЬЦОВОЙ, TG: @OGEMATH100